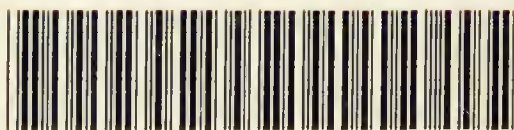
Physik des Turnens

von

Dr. E. Kohlrausch,
Gymnasiallehrer in Hannover.

Mit 88 Figuren.

Hof.
Verlag von Rud. Lion.
1887.


22101726539

Physik des Turnens

von

Dr. E. Kohlrausch,
Gymnasiallehrer in Hannover.

Mit 88 Figuren.

Hof.
Verlag von Rud. Lion.
1887.

Druck von August Grimpe in Hannover.

Vorwort.

Zur Herausgabe der vorliegenden „Physik des Turnens“ haben mich sowohl ein im Jahre 1880 bei Gelegenheit der 4. Versammlung des „Nordwestdeutschen Turnlehrer-Vereins“ in Braunschweig von mir gehaltener Vortrag „Mechanik des Turnens, eine physikalische Skizze“, (erschienen im Februarheft 1881 des „Pädagogischen Archivs“) und die sich daran schließende Besprechung veranlaßt, als auch die mit Freunden darüber gepflogenen mündlichen und schriftlichen Verhandlungen, besonders diejenigen mit Herrn Direktor Dr. J. C. Lion in Leipzig. Diesem sage ich für seinen Rat und seine große Hülfe bei der Korrektur und der Herstellung der Holzschnitte, sowie dem Herrn Verleger für die hübsche Ausstattung des Büchleins herzlichen Dank.

Wie der Turnlehrer einerseits die Grenzen der Bewegungsmöglichkeit kennen und die Schwierigkeiten von Übungen zu beurteilen imstande sein muß, welche durch den anatomischen Bau unseres Körpers und das Eintreten schwächerer Muskeln (Griffarten) für stärkere bedingt sind, so hat er sich andererseits auch mit den Naturkräften und den Gesetzen bekannt zu machen, nach welchen sie wirken. Nur dann wird er zu einer richtigen Beurteilung aller Schwierigkeiten gelangen können, die ihn vor unbilligen Anforderungen an seine Schüler bewahrt, ihn sicherer erkennen läßt, worin der Übende es versieht, und ihn in den Stand setzt, bessere Hülfen, sowohl dem Anfänger, als den geübtesten Turnern zu geben.

Belehrung über den anatomischen Bau unseres Körpers zu geben, ist Sache des Arztes, die Kenntnis der beim Turnen in Betracht kommenden Naturkräfte und Bewegungsgesetze zu vermitteln, ist Sache des Physikers, und das vorliegende Büchlein will durch Erörterung derselben, sowie durch die physikalische Analyse von Turnübungen hierzu beitragen.

Meine ursprüngliche Absicht, diese physikalisch-turnerischen Betrachtungen in der „Monatsschrift für das Turnwesen“ erscheinen zu lassen, hat sowohl ihre Einteilung in mehrere gesonderte Kapitel veranlaßt, als auch die Art der Darstellung bedingt, bei der vor allem auf den Leserkreis der Zeitschrift Rücksicht genommen werden mußte. Die vielen Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Kapiteln und die oft nötigen Verweisungen, auch auf spätere Paragraphen, haben mich nachher zu dem Entschlusse geführt, diese Aufsätze in Buchform erscheinen zu lassen, nicht aber zu einer Änderung der Einteilung. Da sich viele Übungen von verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachten lassen, und bei den meisten Übungen mehrere Kräfte und Gesetze zur Anwendung kommen, so darf es nicht Wunder nehmen, einzelne Übungen in mehreren Kapiteln wieder zu finden (Wellen und Umschwünge bei den Drehungen und im Kapitel über Arbeit und lebendige Kraft), doch ist dieses nach Möglichkeit vermieden.

Eine vollständige und eingehende Behandlung aller physikalischen Gesetze, wie sie ein allgemeines Lehrbuch der Physik bieten soll, war für den vorliegenden Zweck überflüssig, es fehlt daher alles, was nicht mit dem Turnen in Beziehung steht. Gleichwohl kann dem Turnlehrer um des ganzen Zusammenhanges willen ein Eingehen auf einzelne Gesetze, die der direkten Turnplatzbeziehung zu entbehren scheinen, nicht erspart bleiben, und es ist bei dem oft recht komplizierten Ineinandergreifen der verschiedensten Kräfte bei einer Übung nur naturgemäß, daß der Leser erst eine ganze Reihe von physikalischen Thatsachen und Gesetzen kennen lernen muß, ehe er an eine physikalische Analyse der Übungen gehen darf.

Es überwiegt daher erst in den späteren Kapiteln der turnerische Teil, während die ersten zwei Kapitel vorwiegend physikalische sind.

Den Begriff der Kraft habe ich in vorliegender Arbeit anders gefaßt, als in der „Mechanik des Turnens“, weil ich glaube, Nichtphysikern mich mit der älteren Auffassung dieses Begriffes leichter verständlich machen zu können, nach welcher auch die Trägheit, die aus ihr sich ergebende Zentrifugalkraft, die Reibung, der Widerstand des Mittels, der Gegendruck fester Körper u. dergl. als Kräfte angesehen werden können.

Sind diese auch nicht eigentliche (bewegende) Kräfte im engeren Sinne, so können sie doch unter Umständen wie Kräfte wirken, oder es können, wie beim Gegendrucke fester Körper, durch andere äußere Kräfte in dem gedrückten Körper wirkliche innere Kräfte, Elastizitätskräfte, wachgerufen werden.

Die Physik des Turnens ist ein Gebiet, auf dem bisher noch wenig gearbeitet, ja das im Zusammenhange meines Wissens noch gar nicht behandelt ist. Bei dieser Behandlung zeigten sich oft Schwierigkeiten, deren Hebung vielfache Beobachtungen und neue Versuche erforderte, die sich aber doch nicht immer beseitigen ließen. Von den Physikern sind bisher keine Versuche mit Apparaten ausgeführt, deren Schwerpunktslage und Trägheitsmoment sich in jedem Augenblicke durch innere Kräfte ändern können, oder bei denen die wirkenden Kräfte nicht nur in Richtung und Größe, sondern sogar der Art nach willkürlich veränderlich sind. Solche Apparate sind auch kaum herstellbar, und an unserm menschlichen Körper, der diese Kräfte und Fähigkeiten besitzt, ist ihre Beobachtung sehr erschwert, ihre Messung meistens ganz unmöglich.

Von Messungen und Berechnungen ist daher in den vorliegenden Aufsätzen ganz abgesehen; aber obgleich ich mich nur auf die physikalische Erklärung der Übungen beschränkt habe, bin ich mir doch bewußt, auch hierbei nur Mangelhaftes zu bieten, und hoffe und bitte, daß man bei der Beurteilung etwaiger Fehler oder Unklarheiten billige Rücksicht auf die Schwierigkeiten nehme, welche, wie jedes neue Thema, so besonders die Physik des Turnens bietet.

Hannover, im März 1887.

Dr. E. Kohlrausch.

Inhalts-Verzeichnis.

Erste Abteilung.
(§ 1—23.)

Zweite Abteilung.
(§ 24—49.)

Dritte Abteilung.
(§ 50—67.)

Vierte Abteilung.

(§ 68—79.)

Fünfte Abteilung.

(§ 80—94.)

Anhang.

(§ 95—106.)

Erste Abteilung.

(§ 1—23.)

Vorbemerkung. Trägheit. Schwere. Art und Maß der Bewegungen. Zusammensetzung fortschreitender Bewegungen. Maß der Kräfte. Zusammensetzung (Zerlegung) von Kräften, die auf einen Punkt wirken. Schiefe Ebene. Zentrifugalkraft.

Vorbemerkung.

Bei einer Physik des Turnens kommt aus dem großen Gebiete der Physik wesentlich nur die Mechanik fester Körper in Betracht, d. h. die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung starrer Körper, da ja unser Körper mit seinen festen Gliedern meistens an festen Gegenständen seine Übungen ausführt.

Die allgemeinen Eigenschaften und Kräfte aller Körper, als Undurchdringlichkeit, Kohäsion, Zusammendrückbarkeit, Elastizität und dergl., kommen natürlich auch dem menschlichen Körper, wie den Turngeräten, zu, doch scheint eine eingehende Betrachtung derselben nicht geboten; nur die Schwere und die Trägheit erfordern eine genaue Behandlung.

Alle Gesetze werden zunächst natürlich für den einfachsten Fall und unter den einfachsten Bedingungen erörtert. Sind die letzteren in Wirklichkeit nicht ganz erfüllt, so wird auch das Ergebnis in Wirklichkeit von dem theoretisch als richtig erkannten etwas abweichen.

So wird z. B. die Reibung an der Luft (Luftwiderstand), die unser Körper bei allen seinen Bewegungen zu überwinden hat, außer Betracht gelassen, weil sie die meisten Bewegungen nur unmerklich hemmt; von der Reibung an festen Gegenständen, die allerdings sehr erheblich sein kann, sehen wir anfangs auch ab, um zuerst die Gesetze der Bewegung rein und klar erkannt zu haben, ehe wir auf ihre Störungen eingehen.

Trägheit oder Beharrungsvermögen.

§ 1. Jeder materielle Körper ist **träge**, d. h. er verharrt so lange in dem Zustande der Ruhe oder Bewegung, den er zur Zeit hat, als nicht eine neue äußere Kraft auf ihn einwirkt.

Es bedarf einer weit größeren Kraft der Pferde, einen Wagen (Pferdebahnwagen) anzuziehen, als ihn im Gange zu erhalten. Die Trägheit (Beharrungsvermögen) wirkt anfangs, da der Wagen in Ruhe war, dem Zuge entgegen, später hält sie selbst den Wagen in Bewegung, und nur die Reibung braucht überwunden zu werden.

Ein Bindfaden, der einen großen Stein bei langsamem Heben sicher trägt, zerreißt bei ruckweisem Anziehen, da die Trägheit den Stein verhindert, eine so schnelle Bewegung sofort auszuführen. Ein Sprung aus dem Stande vorwärts führt den Körper nur mäßig weit, da ihm

eine Bewegung vorwärts aus der Ruhelage erteilt werden muß, in der ihn sein Beharrungsvermögen zurückzuhalten strebt.

Ein Ball oder Ger, welcher durch die Kraft des schlendernden Armes einmal eine Bewegung erhalten hat, behält diese auch nach dem Verlassen der Hand bei, obwohl dann die Kraft aufhört, auf ihn zu wirken. Ja wirkten jetzt nicht andere Kräfte auf ihn ein (Anziehung der Erde, Widerstand der Luft, Reibung am Boden), so würde er seine Bewegung, in Richtung und Geschwindigkeit unverändert, dauernd beibehalten.

Ebenso verhält sich unser eigener Körper. Ist durch einen Anlauf allmählich die (zurückhaltende) Trägheit überwunden, die der Körper in der Ruhelage besaß, so behält derselbe nun die erlangte Geschwindigkeit auch im Sprunge bei, nachdem die Füße den Boden verlassen haben, und zwar wiederum infolge der Trägheit. Daher ist zu einem tüchtigen Weitsprunge ein möglichst energischer Anlauf das Haupterfordernis.

Von einer besonderen Form der Trägheit, die man Zentrifugalkraft nennt, ist weiter unten (§ 19) die Rede.

§ 2. Wirkt eine beliebig kleine Kraft auf einen freien*) Körper, mag dieser in Ruhe oder in Bewegung sein, so setzt sie ihn in Bewegung oder ändert seine Bewegung.

Schwere.

§ 3. Jeder irdische Körper ist schwer, d. h. er übt, wenn er unterstützt ist, auf seine Unterlage einen bestimmten Druck aus, oder er fällt, wenn er frei ist, senkrecht nach unten.

Die Schwerkraft, Schwere oder irdische Gravitation, zieht alle Körper nach dem Mittelpunkte der Erde zu, doch ist der Sitz dieser Kraft nicht in der Erde allein, sondern zugleich auch in dem schweren Körper. (Vgl. § 80.) Auch die Körper selbst ziehen sich gegenseitig an, doch ist diese Kraft (verglichen mit der Schwerkraft) sehr gering, daher ihre Wirkung fast unmerklich.

Jedes kleinste Teilchen eines Körpers ist „schwer", d. h. es wird angezogen und zieht an; gleichwohl scheint der Sitz der Anziehungskraft auf einen einzigen Punkt dieses Körpers, den Schwerpunkt (vgl. § 26 ff.), beschränkt zu sein, und scheinbar greift die Anziehungskraft der Erde nur diesen einen Punkt an.

Art und Maß der Bewegungen.

§ 4. Eine Bewegung kann eine einfache sein, und zwar eine fortschreitende, z. B. beim fliegenden Pfeil, unserm Körper im Sprunge oder im Laufe auf gerader oder krummer Bahn; oder eine drehende, z. B. bei einem Wasserrade, einer Thür, unserm Körper bei Umschwüngen; oder aber sie kann eine mehrfache sein, d. h. sie setzt sich aus mehreren Einzelbewegungen zusammen.

So kann z. B. die Bewegung zugleich fortschreitend und drehend sein, wie bei einem Wagenrade, einer rollenden Kugel, der Kugel aus einem gezogenen Geschütze, der Erde auf ihrer Bahn, unserm Körper bei Drehsprüngen und den meisten Übersprüngen und Überschlägen; oder aber es führt ein Körper mehrere Drehbewegungen zugleich aus. So kann ein Stab z. B. aus senkrechter Stellung umfallen und zugleich um seine Längsaxe rotieren, unser Körper führt bei der Überschlagwende, Drehwende, Dreh-

*) Ruht ein Körper auf einer Unterlage, so ist er nicht frei, sondern haftet durch Reibung (Anziehung, Schwere) an derselben, und es muß dann die Kraft, um ihn in Bewegung zu versetzen, diese Hemmnisse überwinden können.

kehre und dergl. Übungen ebenfalls eine doppelte Drehbewegung um die Längsaxe und eine (veränderliche) Queraxe zugleich aus.

Auch von einer doppelten (mehrfachen) fortschreitenden Bewegung spricht man, z. B. von einer abwärts und zugleich seitwärts führenden Bewegung. Über die Zusammensetzung mehrerer solcher Bewegungen handeln die §§ 9—11.

§ 5. Mit Rücksicht auf Richtung und Geschwindigkeit der Bewegungen teilt man diese ein in geradlinige und krummlinige, ferner in gleichförmige und ungleichförmige Bewegungen. Die ungleichförmige Bewegung kann beschleunigt oder verzögert sein, und zwar gleichmäßig oder ungleichmäßig beschleunigt (verzögert).

Gleichförmig heißt die Bewegung, wenn die Geschwindigkeit konstant ist, d. h. wenn in gleichen Zeitteilchen (z. B. Sekunden) gleiche Wegstrecken durchlaufen werden; gleichmäßig beschleunigt (verzögert) dann, wenn der Zuwachs (Abnahme) an Geschwindigkeit beständig gleich ist, daher auch, wenn der durchlaufene Weg in jedem folgenden Zeitteilchen um ein gleiches Stück größer (kleiner) ist, als im vorhergehenden. Von ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen heben wir nur eine periodisch gleichmäßige, die Pendel- oder Schaukelbewegung hervor.

Eine gleichförmige Bewegung, fortschreitende wie drehende, findet vornehmlich infolge der Trägheit statt nach dem Aufhören der Kraft, welche die Bewegung hervorrief. Gleichmäßig beschleunigt (verzögert) ist die Bewegung, wenn eine konstante Kraft dauernd auf den bewegten Körper wirkt (ein frei fallender oder aufwärts geworfener Körper, eine auf geneigter gerader Bahn rollende Kugel).*)

§ 6. Was man unter der Richtung der Bewegung versteht, ist bei geradliniger Bahn von selbst klar. Bei krummliniger Bahn ist die Richtung, da sie sich beständig ändert, nur für jeden einzelnen Punkt der Bahn angebbar. Sie wird angegeben durch eine in dem betreffenden Punkte an die Bahn gelegte Tangente, mn (**Fig. 1**) im Punkte a, op im Punkte b.

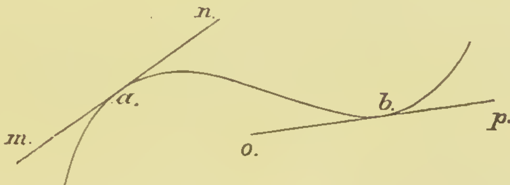


Fig. 1.

Bei drehender Bewegung giebt man die Richtung der Axe und die Art der Drehung an, rechtsherum oder linksherum.

§ 7. Das Maß für die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung ist bei fortschreitender Bewegung die in einer Zeiteinheit (Sekunde) durchlaufene Wegstrecke (Zahl der Meter), bei Drehbewegungen der Winkel, um welchen sich der Körper in der Zeiteinheit dreht; oder die Zahl der Umdrehungen in dieser Zeit.**)

*) Die genaueren Gesetze über den freien Fall und den Fall auf der schiefen Ebene aus der Ruhe und mit einer Anfangsbewegung, sowie über Pendelschwingungen sehe man nötigenfalls in einem Handbuche der Physik nach. [Vergl. jedoch auch §§ 11, 13b, 17, 18.]

**) Bei annähernd, aber nicht vollkommen gleichförmiger Bewegung wird die mittlere Geschwindigkeit gefunden, indem man den in längerer Zeit durchlaufenen Weg (Zahl der Meter, Zahl der Umdrehungen) durch die Zeit (Zahl der Sekunden) dividiert.

Beschleunigte oder verzögerte Geschwindigkeit läßt sich auf diese Weise nicht messen, da sie schon von Augenblick zu Augenblick eine andere wird. Sie läßt sich nur angeben für einen beliebigen, aber bestimmten Punkt der Bahn oder der Zeit, und man versteht darunter die Wegstrecke, welche in einer Sekunde durchlaufen wäre, oder die Zahl der Umdrehungen, welche erfolgt sein würde, wenn von diesem Augenblicke an die Geschwindigkeit während der nächsten Sekunde sich nicht geändert hätte.

Unter der Beschleunigung, bez. Verzögerung, versteht man den Zuwachs, bez. die Abnahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit.

§ 8. Jede Geschwindigkeit kann durch eine Linie dargestellt werden, deren Richtung gleich der Richtung der Bewegung ist, und deren Größe der Geschwindigkeit (Wegstrecke in der Zeiteinheit) entspricht.

Zusammensetzung fortschreitender Bewegungen.

§ 9. Werden einem Körper mehrere einzelne Bewegungen erteilt, so setzen sich diese (da ja ein Körper zugleich nur auf einer Bahn und mit einer Geschwindigkeit sich bewegen kann) natürlich zu einer Bewegung zusammen. Erstere nennt man die Komponenten, letztere die Resultante.

a. Haben die Komponenten gleiche Richtung, so hat auch die Resultante dieselbe Richtung, und ihre Geschwindigkeit ist gleich der Summe der Einzelgeschwindigkeiten.

Auf einem Schiffe, das mit 2 m Geschwindigkeit (in 1 Sek.) stromabwärts fährt, geht ein Mann mit einer Laterne von hinten nach vorn mit 1,5 m Geschwindigkeit. Ein Beobachter am Lande sieht das Licht mit 3,5 m Geschwindigkeit sich stromabwärts bewegen.

b. Haben zwei Komponenten genau entgegengesetzte Richtung, so hat die Resultante die Richtung der größeren, und ihre Geschwindigkeit ist gleich der Differenz der Einzelgeschwindigkeiten, bei gleichen Einzelgeschwindigkeiten also gleich Null.

Geht auf jenem Schiffe der Mann mit 1,5 m Geschwindigkeit von vorn nach hinten, so bewegt sich das Licht mit 0,5 m Geschwindigkeit stromabwärts, liefe der Mann mit 2,5 m Geschwindigkeit, so würde man das Licht sich mit 0,5 m Geschwindigkeit stromaufwärts bewegen sehen, und bei 2 m Geschwindigkeit schiene es still zu stehen.

§ 10. Die Resultante zweier Bewegungen, deren Richtungen einen beliebigen Winkel bilden, findet man durch Konstruktion des Parallelogramms der Bewegungen.

Wenn jemand auf einem Schiffe von A nach B geht (Fig. 2), während dieses selbst in der gleichen Zeit von A nach C gelangt, so be-

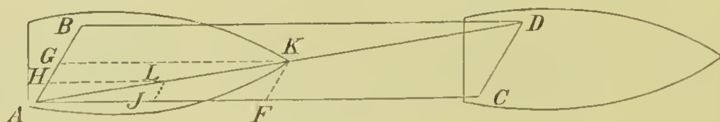


Fig. 2.

findet sich derselbe am Ende dieser Zeit in D. Nach der halben Zeit, in welcher er die Strecke AG, das Schiff die Strecke AF zurückgelegt hat, befindet er sich in K; nach $1/4$ der Zeit in L u. s. w.; kurz er bewegt sich in Wahrheit auf der Linie AD, d. h. der Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten die Linien AB und AC bilden.

Wenn man also die Einzelbewegungen nach Richtung und Größe der Geschwindigkeit durch die Linien AC und AB darstellt, und diese zum Parallelogramm vervollständigt, so stellt die Diagonale AD die Resultante nach Richtung und Geschwindigkeit dar.

Sind die Einzelbewegungen geradlinig und von gleichmäßiger Geschwindigkeit, so ist es auch die Resultante.

Haben wir durch einen Anlauf FA (Fig. 3) dem Körper die Geschwindigkeit AC erteilt und geben ihm durch den Abstoß der Beine auf

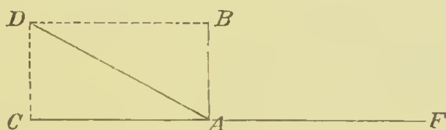


Fig. 3.

dem Brette aufwärts die Geschwindigkeit AB, so zeigt uns AD Richtung und Geschwindigkeit der daraus resultierenden Sprungbewegung, oder doch ihres Anfanges.

§ 11. Haben beide Komponenten, oder eine von ihnen ungleichmäßige Geschwindigkeiten, so muß der Ort, an welchem sich der Körper befindet, für jeden Zeitpunkt nach dem oben angeführten Gesetz (§ 10) besonders konstruiert werden.

Ein in der Richtung AH mit der Geschwindigkeit AB (Fig. 4) schräg aufwärts geworfener Ball würde, wenn die Schwere nicht wirkte, infolge der Trägheit in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Sek. nach B, C, D, E, F, G, H gelangen. Die Schwere allein würde ihn in den gleichen Zeiten nach I, K, L, M, N, O, P bringen. Infolge der doppelten Bewegung gelangt der Ball nach § 10 zu den Punkten Q, R, S, T, U, V, W, und seine Bahn ist eine krumme Linie, die Wurflinie.

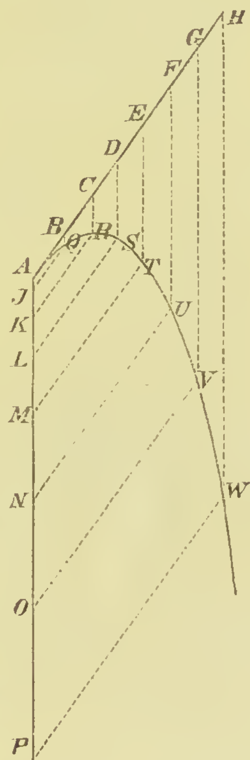


Fig. 4.

Maß der Kräfte.

§ 12. Eine Kraft selbst läßt sich nicht beobachten, sondern nur ihre Wirkung. Nach der Größe ihrer Wirkung messen wir aber die Größe der Kraft.

Eine Kraft kann daher entweder nach dem Druck (oder Zug) bestimmt werden, den sie ausübt, oder nach der Quantität*) der Bewegung, die sie in der Zeiteinheit hervorbringen (oder vernichten) kann, oder was dasselbe ist, nach der Beschleunigung, die sie einer bestimmten Masse erteilt.

*) Unter Quantität der Bewegung versteht man das Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit eines Körpers. (Über den Begriff Masse siehe die folgende Anmerkung.)

§ 13. Gleiche Kräfte erteilen frei beweglichen gleichen Massen*) in gleichen Zeiten immer gleiche Geschwindigkeiten. Wenn aber auf beliebige frei bewegliche Körper beliebige Kräfte wirken, so verhalten sich:

a. bei gleichen zu bewegenden Massen und gleicher Wirkungszeit die Geschwindigkeiten wie die Kräfte;

b. bei gleichen Massen und gleichen Kräften die Geschwindigkeiten wie die Wirkungszeiten;

c. bei gleicher Wirkungszeit und gleichen Kräften die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Massen;

d. bei ungleichen Kräften, Massen und Zeiten verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Produkte aus Kraft und Zeit, dividiert durch die Masse.

Zu a. Eine 2, 3, $^1/_4$ mal so große Kraft wirkt so viel, wie 2, 3, $^1/_4$ einzelne gleiche Kräfte. Jede derselben würde der Masse dieselbe Geschwindigkeit erteilen, und diese summieren sich nach § 9 a.

Zu b. Die im ersten Zeitteilchen (Sekunde) der Masse erteilte Geschwindigkeit behält diese vermöge der Trägheit bei; im zweiten Zeitteilchen wird derselben Masse von derselben Kraft offenbar wieder dieselbe Geschwindigkeit (Beschleunigung) erteilt, und diese summiert sich zur ersten. Zu der so erlangten und infolge der Trägheit der Masse erhaltenen bleibenden doppelten Geschwindigkeit kommt in dem dritten Zeitteilchen wieder die erste Geschwindigkeit hinzu u. s. f.

Beim freien Fall (Tiefsprung) beträgt die Geschwindigkeit nach 1, 2, 3 Sek. für jeden Körper (die wirkende Kraft, Schwere, wächst mit der zu bewegenden Masse, und vom Luftwiderstande ist abgesehen) 9,8 m, 19,6 m, 29,4 m . . . Nach $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ Sek. 4,9 m, 3,27 m, 2,45 m (näml. in einer Sekunde. Vgl. § 7 Ende.)

Zu c. Zur Erteilung der nämlichen Geschwindigkeit an 2, 3, 4 einzelne gleich große oder an eine 2, 3, 4 mal größere Masse bedürfte es offenbar auch einer 2, 3, 4 mal größeren Kraft (oder 2, 3, 4 einzelner gleicher Kräfte); die einfache Kraft kann daher nach a. nur $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ der Geschwindigkeit geben.

Zusammensetzung von Kräften, die auf einen Punkt wirken.

§ 14. Genau in derselben Weise, wie wir gelernt haben, Bewegungen zu einer Resultierenden zusammen zu setzen (§§ 9—11), dürfen wir auch Kräfte zusammensetzen, welche auf einen Punkt eines Körpers wirken. Wir stellen zu dem Zwecke die Kräfte durch Linien dar von der Richtung und Größe der Geschwindigkeiten, welche diese Kräfte einer und derselben Masse in der Zeiteinheit erteilen würden.

Zwei Kräfte, die auf einen Punkt in gleicher Richtung wirken, summieren sich. Entgegengesetzte Kräfte heben sich auf, wenn sie gleich groß sind; andernfalls überwiegt die größere von beiden, und die Größe der resultierenden Kraft ist gleich der Differenz der beiden Kräfte. Schließen die Kräfte einen Winkel ein, so wird das Parallelogramm der Kräfte konstruiert und in der Diagonale die resultierende Kraft gefunden.

*) Masse und Gewicht ist nicht dasselbe, da sie mit verschieden großen Einheiten gemessen werden, es verhalten sich aber die Gewichte, wie die Massen; es könnte also in den hier angeführten Fällen das Wort Gewicht für Masse gesetzt werden. Als Gewichtseinheit dient das Gramm (oder Kilogramm), als Einheit der Masse 9,81 gr (bez. 9,81 kgr).
Bezeichnet man die Masse mit M, das Gewicht mit G, die Zahl 9,81 mit g, so ist

$$M = \frac{G}{g} \text{ und } G = Mg.$$

§ 15. Drei oder mehr Kräfte, die auf einen Punkt wirken, werden vereinigt, indem man zuerst zwei von ihnen vereinigt, ihre Resultante mit der dritten Kraft, die hieraus resultierende mit der vierten u. s. w.

Unter dem Einflusse dreier (mehrerer) auf einen Punkt wirkender Kräfte bleibt dieser nur dann in Ruhe, wenn die Resultierende je zweier Kräfte (jeder Gruppe von Kräften) gleich groß und entgegengesetzt gerichtet ist mit der dritten Kraft (der Resultierenden der übrigen Kräfte).

§ 16. Folgende Grundsätze sind zu beachten:

a. Für eine Kraft kann eine andere gleiche und gleichgerichtete eingesetzt werden.

b. Für die Einzelkräfte kann die Resultierende eingesetzt werden und umgekehrt.

c. An jedem Punkte lassen sich, ohne die Wirkung der übrigen Kräfte zu ändern, zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte angebracht denken.

Schiefe Ebene.

§ 17. Bewegt sich der Körper nicht frei, sondern gezwungen, d. h. auf vorgeschriebener Bahn, so wird häufig durch die Festigkeit der Bahn ein Teil der auf ihn wirkenden Kräfte vernichtet.

Rollt z. B. ein Körper A (Fig. 5), welchen die Schwere mit einer durch die Linie AB dargestellten Kraft senkrecht abwärts ziehen würde, die Ebene NM hinab, so können wir uns denken, anstatt der einen Kraft AB wirkten zwei Kräfte auf ihn, die senkrecht zur Ebene gerichtete AC und die der schiefen Ebene parallele AD, welche zusammen genau dieselbe Wirkung hervorbringen müßten. Von diesen wird die Wirkung der ersteren durch die Festigkeit der Ebene vollständig vernichtet, (nur eine senkrecht zur Bahn gerichtete Kraft wird durch deren Festigkeit ganz aufgehoben), während die andere Kraft AD ganz und voll zur Geltung kommt. Da sich die Linien AD und AB, mithin die durch sie auch der Größe nach dargestellten Kräfte, verhalten wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene, so ergiebt sich für diesen Fall das Gesetz: die Kraft, mit welcher ein Körper auf einer schiefen Ebene (in ihrer Richtung) abwärts gezogen wird, verhält sich zum Gewicht desselben, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge, oder was dasselbe ist: der zur Geltung kommende Teil der Schwere verhält sich zur ganzen Schwere, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

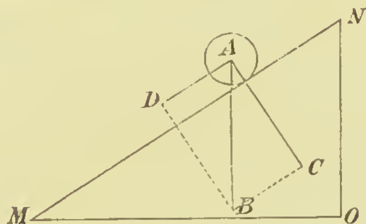


Fig. 5.

Bei einer Steigung der Bahn von 1:60 wird also ein Wagen abwärts gezogen mit einer Kraft, die gleich $^1/_{60}$ seines eigenen Gewichtes ist, also (nach § 13 b.) mit einer Geschwindigkeit gleich $^1/_{60}$ derjenigen des freien Falles.

§ 18. Eine krummlinige Bahn in senkrechter Ebene (Schaukelringe, Schaukelreck und dergl.) kann angesehen werden als aus unzählig vielen unendlich kurzen Teilen von ebensovielen schiefen Ebenen zusammengesetzt. In jedem Punkte der Bahn läßt sich der zur Geltung kommende Teil der Schwere und die dadurch bewirkte Beschleunigung oder Verzögerung ermitteln. (Der nicht zur Geltung kommende Teil der Schwere wird bei den genannten Geräten durch die Festigkeit der Seile und Haken vernichtet.)

Die Rechnung ergiebt nun, daß beim Falle (ohne Reibung) eines Körpers auf beliebiger krummer Bahn (die natürlich weder Ecke noch Knick haben darf) seine Geschwindigkeit ganz unabhängig von der Form der Bahn und nur abhängig von der Fallhöhe ist. Durch zwei gleich hohe Punkte seiner Bahn läuft, schwingt (oder fliegt beim Wurfe) der Körper mit gleicher Geschwindigkeit, wenn nur die Schwere auf ihn wirkt.

Zentrifugalkraft.

§ 19. Die Zentrifugalkraft ist eine bei jeder Drehbewegung auftretende besondere Form der Trägheit.

Wenn ein Körper irgend eine Bewegung erhalten hat, so behält er diese vermöge seiner Trägheit der Größe und Richtung nach bei, wenn nicht äußere Kräfte diese Bewegung beeinflussen. Soll daher ein Körper auf einer krummlinigen Bahn sich bewegen, z. B. unser Körper am Rundlauf, an den Schaukelringen oder dem Schaukelreck, so ist eine Kraft nötig, die ihn beständig in jener Bahn erhält und ihn verhindert, in gerader Linie fortzufliegen. Da diese Kraft, welche den Körper nach dem Mittelpunkte der Bahn hinzieht und daher Zentripetalkraft genannt wird, häufig durch die Festigkeit von Tauen oder dergl. ersetzt ist, und man diese nicht als Kraft zu bezeichnen gewohnt ist, vielmehr den Eindruck der entgegengesetzt wirkenden Trägheit, welche das Tau straff zieht, als einer wirkenden Kraft hat; so wird eben diese besondere Wirkung der Trägheit als Zentrifugalkraft (Fliehkraft) bezeichnet.

§ 20. Je größer die Strecke CE (Fig. 6) ist, um welche sich ein Körper vermöge der Trägheit aus seiner Bahn entfernen würde, desto größer muß auch die Zentripetalkraft sein, desto größer erscheint also auch die ihr gleiche Zentrifugalkraft. Diese wächst also mit der Krümmung der Bahn, und zwar im umgekehrten Verhältnis wie der Krümmungshalbmesser. Ferner wächst dieselbe bei zunehmender Geschwindigkeit, und zwar ist sie dem Quadrate derselben proportional. Drittens wächst sie natürlich auch proportional der Masse. Die physikalische Formel ist demnach $F = \frac{Mv^2}{r}$, worin F die Zentrifugalkraft, M die Masse, v die lineare Geschwindigkeit und r den Krümmungshalbmesser oder -radius bezeichnet.

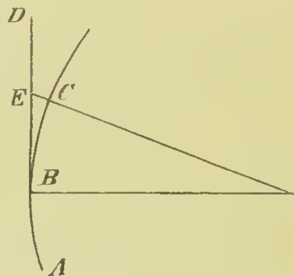


Fig. 6.

Dreht ein fester Körper sich um eine feste Axe, so haben seine einzelnen Teile verschieden große Abstände, daher auch verschieden große Geschwindigkeiten und verschiedene Krümmungsradien; die Gesamtwirkung aller dieser Zentrifugalkräfte ist aber eine solche, als wäre die ganze Masse im Schwerpunkte vereinigt.

(Von der Drehung um freie Axen handeln die §§ 76 u. 77.)

§ 21. Da bei den Schaukelringen und dem Schaukelreck die Masse und (annähernd) auch der Radius der Bahn, d. h. der Abstand des Schwerpunktes von den Haken, während eines Schwunges dieselben bleiben, so ändert sich die Größe der Zentrifugalkraft (fast) nur mit der Geschwindigkeit und wächst mit dem Quadrate derselben. Da diese nun bei dem Hindurchgange durch den tiefsten Punkt der Bahn am größesten

ist, so ist dort auch die Zentrifugalkraft, welche hier in gleicher Richtung mit der Schwere wirkt, am größesten. In den beiden Umkehrpunkten ist sie dagegen gar nicht vorhanden, hier kann daher ein Loslassen und Wiedergreifen des Gerätes sogar mit beiden Händen zugleich ausgeführt werden. Wollen wir daher Übungen an den Ringen oder am Schaukelreck ausführen, so thun wir dies am besten nach Vollendung eines Schwunges. Dann haben wir nur mit der Schwere und den Kräften zu rechnen, mit deren Wirkungsweise wir durch die Erfahrung vertraut sind; in der Mitte des Schwunges würde uns im Augenblicke der größten Gefahr eine neue ungewohnte Kraft unsere Übung stören. Bei einem größeren Schwunge am Reck, z. B. der Riesenfelge, ist bei der Geschwindigkeit, welche der Schwerpunkt im tiefsten Punkte der Bahn erlangt, die Zentrifugalkraft gar nicht so unbedeutend, während sie bei der Ankunft des Körpers im höchsten Punkte fast ganz verschwunden ist.

Bei den Übungen, während welcher der Schwerpunkt der Drehungsaxe nahe bleibt (Felgen, Wellen, Speichen), ist die Geschwindigkeit desselben zu gering, als daß die Zentrifugalkraft eine erhebliche Rolle spielen könnte.

§ 22. Laufen wir auf dem Eise auf Schlittschuhen einen Bogen, so neigen wir den Körper nach der Seite hin, nach welcher der Bogen erfolgen soll. Die Trägheit, Zentrifugalkraft, treibt unsern Körper dann nach außen, die Schwere nach innen, d. h. nach dem Mittelpunkte des Kreises zu. Letztere ist dabei durch passende Neigung mit der ersteren ins Gleichgewicht zu bringen. Die Neigung muß also um so stärker sein, je kleiner der Kreis ist, auf dem wir laufen, und je größer die Geschwindigkeit ist. Umgekehrt wird bei gleicher Körperneigung der Bogen bei größerer Laufgeschwindigkeit entsprechend größer ausfallen.

Ähnliche Neigung des Körpers nach innen finden wir bei jeder Bewegung auf einem Kreise, bei Pferd und Kunstreiter im Zirkus, beim Radfahrer, ja selbst bei Eisenbahnzügen auf den Kurven, in denen zu dem Zweck die äußeren Schienen nicht unerheblich höher gelegt sind, als die inneren.

§ 23. Auch beim Laufen und Schwingen am Rundlauf treibt uns beständig die Zentrifugalkraft nach außen, die Schwere, sobald die Füße den Boden verlassen, der Körper also frei in der Luft schwingt, nach innen, d. h. nach dem tiefsten erreichbaren Punkte zu.

a. Von der Schwere kommt hier, ebenso wie in den vorher bezeichneten Fällen, nur ein Teil zur Geltung. In Fig. 7a. seien D der Aufhängungspunkt der Sprossentaue eines Rundlaufs, M der tiefste für den Schwerpunkt des Körpers erreichbare Punkt, A und a beliebige Punkte zweier Umlaufbahnen; dann verhält sich in jedem dieser Punkte, da der Schwerpunkt sich abwärts nur auf geneigter Bahn bewegen kann, der zur Geltung kommende Teil der Schwere (nach § 17) zur ganzen Schwere, wie die Höhe dieser geneigten Bahn zu ihrer Länge. Da die Neigung der Bahn in den Punkten A und a durch die Winkel AEN und aeN der beiden Tangenten gemessen wird, und diese Winkel gleich ADM und aDM sind, so ergeben sich für die in A und a in der

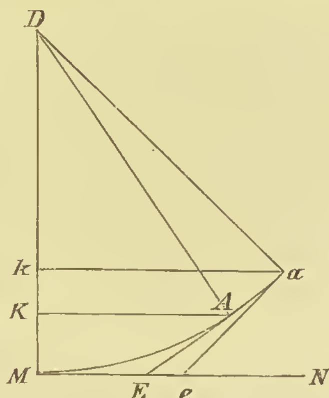


Fig. 7a.

Richtung der Bahn AM und aM wirkenden Teile der Schwere die Werte $G \cdot \frac{AK}{AD}$ und $G \cdot \frac{ak}{aD}$. Wenn nun AD = aD ist, so verhalten sich also diese Kräfte wie die Radien der (kreisförmigen) Umlaufbahnen. Haben daher zwei gleich schwere Turner gleich hohen Griff an den Sprossentauen, so verhalten sich beim Schwingen am Rundlauf die zentripetalen, geneigt abwärts wirkenden Kräfte, wie die Radien der Umschwungbahnen; bei ungleich schweren Turnern, wie die Produkte aus ihren Gewichten (oder Massen) und diesen Radien.

b. Die Zentrifugalkraft ist (nach § 20) proportional der Masse, dem Quadrate der (linearen) Geschwindigkeit und umgekehrt proportional dem Krümmungsradius der Bahn. In Fig. 7b. sei M die Projektion des Aufhängungspunktes eines Rundlaufs, Ac und ac die Projektionen zweier Bahnteile auf den Fußboden. Dann würden, wenn AB (oder AC) und ab (oder ac) die Geschwindigkeiten zweier laufenden Turner darstellte, die Zentrifugalkräfte F und f sich ergeben als $F = m \cdot \frac{\overline{AC}^2}{MA}$ und $f = m' \cdot \frac{\overline{ac}^2}{Ma}$, worin m und m' die Massen der Übenden bedeuten.

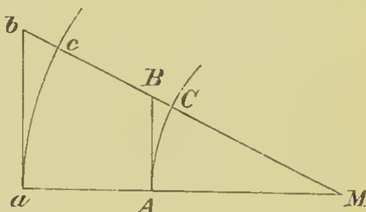


Fig. 7b.

Für das Verhältnis dieser Zentrifugalkräfte ergiebt sich also die Gleichung $\frac{F}{f} = \frac{m \cdot \overline{AC}^2 \cdot Ma}{m' \cdot \overline{ac}^2 \cdot MA}$.

Wenn sich nun die Geschwindigkeiten wie die Radien verhalten, d. h. wenn $\frac{AC}{ac} = \frac{MA}{Ma}$ ist, so geht obige Gleichung über in $\frac{F}{f} = \frac{m \cdot MA}{m' \cdot Ma}$, das ist: Die Zentrifugalkräfte verhalten sich, wie die Produkte aus den Massen und den Radien.

c. In demselben Verhältnis standen auch die Zentripetalkräfte. Wenn also jemand auf kreisförmiger Bahn schwingt, wobei diese beiden entgegengesetzten Kräfte im Gleichgewicht sind, so werden bei andern Turnern auf andern Bahnen mit größerem oder kleinerem Radius sich diese Kräfte dann ebenfalls das Gleichgewicht halten, diese Bahnen also auch kreisförmig bleiben, wenn die Geschwindigkeiten den Radien proportional sind, und die Turner gleiche Griffhöhe haben (§ 23a.). Dann sind die Geschwindigkeiten aber auch den ganzen Peripherieen proportional, und daher würde jede dieser Bahnen in der gleichen Zeit durchmessen werden*), also diese Turner auch auf verschieden großen Bahnen doch ohne sich zu überholen und sich zu stören schwingen können. (Streng genommen müßte bei dieser Betrachtung vorausgesetzt werden, daß die

---

* Da die Zentrifugalkraft horizontal, die Zentripetalkraft aber schräg abwärts wirkt, und die Neigung derselben mit wachsendem Radius zunimmt, so würden diese Kräfte, wenn sie sich bei einer bestimmten Radiusgröße im Gleichgewicht halten, dies bei andern Radiusgrößen nicht genau thun; es müßte vielmehr die Geschwindigkeit etwas mehr zunehmen, als dem Radius proportional, wenn wieder genau Gleichgewicht bestehen sollte. Dieser Mehrbetrag an Geschwindigkeit würde aber sehr gering sein, und erst bei längerer Umlaufszeit bemerkbar werden; daher wohl weniger störend sein, als andere Ungleichheiten, z. B. verschiedene Größe und Armlänge der Übenden (Abstand ihres Schwerpunktes vom Aufhängungspunkte) u. dergl.

Turner immerfort ohne Berührung des Fußbodens frei in der Luft schwingen könnten.)

d. Nun bleibt allerdings beim Schwingen am Rundlauf die Bahn selten wirklich kreisförmig. Dieses ist nur dann möglich, wenn die Lauf- oder Schwunggeschwindigkeit immer konstant bleibt und gerade so groß ist, daß jene beiden Kräfte im Gleichgewicht sind. Ist dieses nicht der Fall, sondern überwiegt etwa die Zentrifugalkraft, so entfernt sich zunächst der Körper vom Fußboden (schwingt aufwärts), wodurch die Zentripetalkraft verstärkt, die Zentrifugalkraft aber gemindert wird, weil infolge des Aufsteigens des Schwerpunktes die Geschwindigkeit abnimmt. Es wird daher bald die Zentripetalkraft überwiegen und den Schwerpunkt nach der Mitte zu und abwärts ziehen. Bei dieser Bewegung wächst wieder die Geschwindigkeit und mit ihr die Zentrifugalkraft, während die Zentripetalkraft abnimmt und von jener wieder überwunden wird. So überwiegt wechselweise je eine der beiden Kräfte, und der Körper nähert sich abwechselnd und entfernt sich vom Boden.

Bei Schülern, die mit Schenkelsitz auf einer Sprosse schwingen ohne den Boden zu berühren, zeigt sich meistens dieses Wechselspiel beider Kräfte recht hübsch. Eine solche Bewegung setzt sich gleichsam aus zwei andern zusammen, aus einer kreisförmigen und der gewöhnlichen Pendelschwingung; und da nun der Versuch, wie die mathematische Berechnung, ergiebt, daß das nämliche Pendel beim Schwingen, sowohl im Kreise, als auch in einer vertikalen Ebene (gewöhnliche Pendelschwingungen), zu einer Schwingung dieselbe Zeit gebraucht, so können verschiedene Leute zugleich üben, auch wenn die einen im Kreise schwingen, andere dagegen durch Lauf und Sprung mit periodisch wechselnder Geschwindigkeit sich bewegen. Natürlich muß dabei jeder so frisch vorwärts laufen, wie er kann, damit wirklich hauptsächlich jene zwei Kräfte zur Geltung kommen.

Zweite Abteilung.

(§ 24—49.)

Zusammensetzung paralleler Kräfte. Schwerpunkt. Gleichgewicht. Hebel, Rolle und Wellrad.

Zusammensetzung paralleler Kräfte.

§ 24. Parallele Kräfte wirken nicht auf denselben Punkt eines Körpers ein, sondern auf mehrere, lassen sich aber, mögen sie gleichgerichtet oder entgegengesetzt gerichtet (antiparallel) sein (außer in dem einen Falle, wenn sie gleich groß und dabei antiparallel sind), immer durch eine einzige Kraft mit einem Angriffspunkte ersetzen.

a. Statt zweier gleich großer paralleler Kräfte, die in den Punkten A und B wirken, läßt sich eine parallele Resultante einsetzen, deren Größe gleich der Summe der Komponenten ist, und deren Angriffspunkt in der Mitte C von AB liegt. (Zwei gleich kräftige Pferde, die an den Enden eines Ortscheites ziehen, wirken soviel wie ein doppelter Zug in der Mitte des Ortscheites.)

b. Die Resultante CF (Fig. 8) zweier verschieden großer Kräfte, welche durch die Linien AD und BE dargestellt sein mögen, ist gleich deren Summe, und ihr Angriffspunkt C liegt auf der Geraden AB, welche die Angriffspunkte der Einzelkräfte verbindet, und zwar dem Angriffspunkte der größeren Kraft näher, so daß sich die Entfernungen der Angriffspunkte der Einzelkräfte von C umgekehrt verhalten, wie diese Kräfte selbst. Es ist also $CF = AD + BE$ und $AC : BC = BE : AD$ oder $AC . AD = BC . BE$. Ziehen wir die Senkrechten $C\alpha$ und $C\beta$ zu den Parallelen (die „Arme" der Kräfte), so ist auch $\alpha C : \beta C = BE : AD$ und daraus $AD . C\alpha = BE . C\beta$. (Bei zwei ungleich stark ziehenden Pferden legt man das Ortscheit so, daß das stärkere an einem kürzeren Arme zieht.)

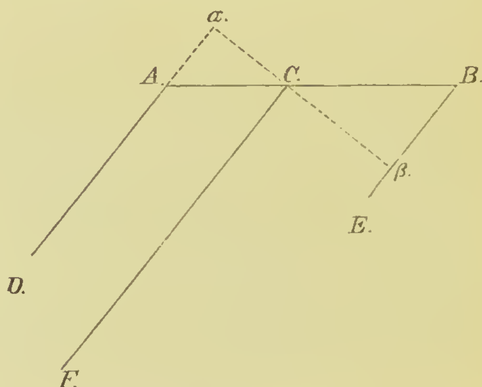


Fig. 8.

c. Die Resultante CF (Fig. 9) zweier verschieden großer antiparalleler Kräfte, AD und BE, ist gleich der Differenz beider und mit der größeren gleich gerichtet; ihr Angriffspunkt C liegt auf der Verlängerung von AB über den Angriffspunkt der größeren Kraft hinaus

und zwar so, daß sich wieder verhält: AC : BC = BE : AD oder AC . AD = BC . BE. Ferner ist CF = AD — BE.

Ziehen wir wieder die Senkrechten $C\alpha$ und $C\beta$, die „Arme" der Kräfte, so ist $C\alpha : C\beta$ (= CA : CB) = BE : AD und daraus AD . $C\alpha$ = BE . $C\beta$.*)

d. Die Vereinigung mehrerer paralleler und antiparalleler Kräfte geschieht, ähnlich wie in § 15 so, daß zuerst zwei Kräfte vereinigt werden, ihre Resultante mit einer dritten und so fort.

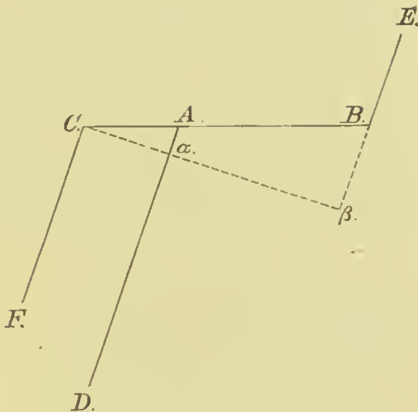


Fig. 9.

§ 25. a. Das Produkt aus einer Kraft und ihrem „Arm", d. i. ihrem senkrechten Abstande von einem bestimmten Punkte, heißt das statische Moment in Beziehung auf diesen Punkt. Die statischen Momente zweier Kräfte müssen in Beziehung auf den Angriffspunkt der Resultante gleich und entgegengesetzt sein. Entgegengesetzt sind sie dann, wenn um diesen Punkt die eine Kraft die Linie AB rechts herum, die andere links herum zu drehen sucht.

b. Bei mehreren Kräften muß, wenn Gleichgewicht bestehen soll, die Summe der statischen Momente der rechts drehenden Kräfte gleich derjenigen der links drehenden sein.

c. Der Angriffspunkt einer Kraft an einem starren Körper kann in der Richtung der Kraft beliebig verlegt werden. (Ein Wagen läßt sich am vorderen oder hinteren Ende der Deichsel, oder auch mit einer Kette an der Hinteraxe, aber in Richtung der Deichsel, mit gleicher Kraft vorwärts ziehen.)

Schwerpunkt.

§ 26. Auf jedes kleinste Teilchen eines Körpers übt die Schwere eine abwärtsziehende Kraft aus. Die Kraft, mit welcher der ganze Körper abwärts gezogen wird, setzt sich daher aus unendlich vielen schwachen Einzelkräften zusammen. Da diese sämtlich parallel sind, so lassen sie sich nach § 24 durch eine einzige ihnen parallele, also senkrecht abwärts wirkende Kraft ersetzen, welche gleich der Summe der Einzelkräfte ist und in einem Punkte angreift. Dieser eine Angriffspunkt der Resultante (aller Schwerkräfte) der Schwere heißt der Schwerpunkt.

Seine Lage im Körper bleibt unverändert, wie auch die augenblickliche Stellung des Körpers sein mag, solange seine Teile fest miteinander verbunden sind; verschieben sich aber die Teile eines Körpers gegeneinander, so ändert sich meistens auch die Lage des Schwerpunktes im Körper.

Von der praktischen, empirischen Bestimmung des Schwerpunktes wird weiter unten in § 30 die Rede sein; vorerst weniges über die theoretische Bestimmung seiner Lage.

---

*) Sind zwei antiparallele Kräfte gleich, so giebt es keinen Punkt C mit den angegebenen Bedingungen, und die Größe der resultierenden Kraft wäre null.

Für solche zwei Kräfte läßt sich also nicht eine einzige einsetzen, sie bringen keine fortschreitende Bewegung, sondern eine Drehung hervor; man nennt solche Kräfte ein Kräftepaar. Vgl. § 50.

Diese Ermittelung ist nur dann einfach, wenn die Körper aus homogener, d. h. überall gleichartiger Masse bestehen und eine einfache regelmäßige Form besitzen.

§ 27. a. Ist ein solcher Körper symmetrisch geformt, so liegt der Schwerpunkt in der Symmetrieebene oder der Symmetrieaxe.

So liegt z. B. der Schwerpunkt eines überall gleich dicken Stabes, eines Hohl- oder Vollzylinders in der Mitte ihrer Längenaxe, eines Ringes, einer Kreisscheibe oder eines regulären Vieleckes, sowie einer Kugel in deren Mittelpunkte, eines Parallelogramms im Schnittpunkte der beiden Diagonalen; immer vorausgesetzt, daß die Dicke und das spezifische Gewicht überall gleich sind.

b. Sind zwei gleich schwere Körper mit einander verbunden, so liegt der Schwerpunkt in der Mitte C (**Fig. 10** a.) der Verbindungslinie AB der Einzelschwerpunkte. Bei ungleichen Einzelgewichten liegt er näher bei dem Schwerpunkte des schwereren Teiles (**Fig. 10** b. c.) und zwar entsprechend dem Gesetze § 24.

Der Schwerpunkt eines am unteren Ende dickeren Stabes (Keule) liegt diesem Ende näher, als dem dünneren.

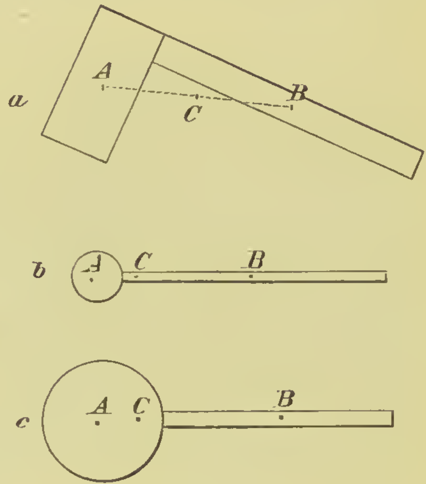
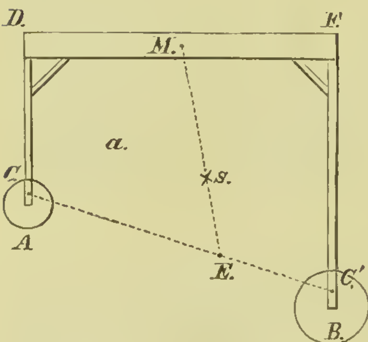


Fig. 10.

§ 28. a. Sind mit einem Stabe DF, dessen Schwerpunkt in M liegen mag, zwei Gewichte A und B fest verbunden (**Fig. 10** a. b.), so findet man den Schwerpunkt des ganzen Systems, indem man die Einzelschwerpunkte C und C_1 der Gewichte nebst ihren Befestigungsstäben verbindet und nach § 24 die Resultierende dieser zwei Kräfte sucht. Ihren Angriffspunkt E verbindet man mit M und erhält dann wieder nach § 24 den Schwerpunkt S. Dieser hat bei fester Verbindung der Teile eine unveränderliche Lage zu diesen Teilen, in welche Stellung oder Lage auch der Körper gebracht werden mag.



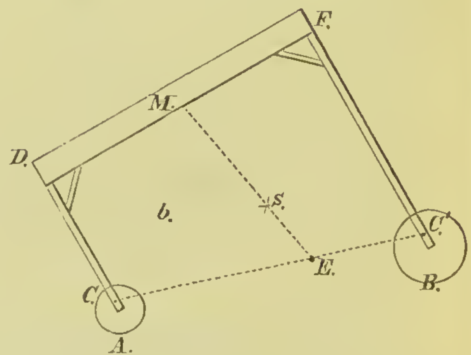


Fig. 11.

b. Sind dagegen die Teile eines Körpers beweglich mit einander verbunden, so ändert sich bei jeder andern Stellung der Teile auch die Lage des gemeinsamen Schwerpunktes gegen dieselben, so daß dieser für jede einzelne Stellung besonders ermittelt werden muß. Bei sehr leicht beweglicher Verbindung, z. B. durch Fäden, vereinfacht sich diese Ermittelung, doch brauchen wir darauf hier nicht näher einzugehen.

c. Der Schwerpunkt S eines gebogenen Stabes (Fig. 12) liegt bei genügend starker Krümmung nicht im Stabe selbst, sondern außerhalb desselben in dem vom Bogen (und der hinzugedachten Sehne) eingeschlossenen Raume.

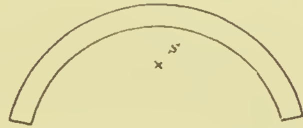


Fig. 12.

§ 29. Unser menschlicher Körper ist aus einer Anzahl von Gliedern zusammengesetzt, die vermöge seiner Gelenkigkeit in die verschiedensten Stellungen zu einander gebracht und in diesen Stellungen durch Muskelzug festgehalten werden können. Die einzelnen Glieder von Gelenk zu Gelenk sind nahezu starre Körper, — der Schwerpunkt der Muskeln verschiebt sich bei ihrer Zusammenziehung und Ausdehnung nur um ein ganz Geringes, — ihr Schwerpunkt ist also in nahezu fester Lage; der Schwerpunkt des ganzen Körpers läßt sich daher leicht nach § 28a. finden, sobald wir die Gewichte der einzelnen Glieder und die Lage ihrer Einzelschwerpunkte kennen.

Gewichts- und Schwerpunktsbestimmungen der einzelnen menschlichen Glieder sind ausgeführt; Angaben darüber finden sich z. B. in Harleß, Lehrbuch der plastischen Anatomie, Abteil. 3. Stuttgart, Ebner und Seubert.

Eine genaue theoretische Bestimmung der Lage des Körperschwerpunktes hat aber bei der großen Verschiedenheit in der Körperbildung der Einzelnen, und der leichten Verschiebbarkeit der Glieder allerdings wenig praktischen Wert, doch müssen wir zum Verständnis des Folgenden seine Lage wenigstens annähernd kennen.

Nach § 27a. muß derselbe bei einem normal gebauten Menschen bei symmetrischer Körperhaltung in der Symmetrieebene liegen, welche den Körper in die rechte und linke Hälfte teilt, und bei gerader Körperhaltung auch im Körper selbst. Bei starkem Rumpfbeugen vorwärts oder rückwärts und entsprechendem Vorwärts- oder Rückwärtsheben der Gliedmaßen wird er dagegen vor oder hinter dem Rumpfe liegen, und rechts von diesem bei einem Seitheben des rechten Beines und beider Arme rechtshin. Sind die Hände dabei durch Gewichte beschwert, z. B. durch eine Balancierstange, so ist die Verschiebung des Schwerpunktes dieses jetzt zusammengehörigen Systems von Körper und Stange gegen den Rumpf eine noch weit größere. Auf der leichten Verschiebbarkeit des Schwerpunktes durch entsprechende Bewegungen der Glieder beruht die Möglichkeit des Balancierens, von dem weiter unten (§ 87) ausführlicher die Rede ist.

§ 30. a. Praktisch findet man die Lage des Schwerpunktes irgend eines Körpers am leichtesten, wenn man diesen erst in einem, dann in einem andern Punkte aufhängt. In der senkrechten Linie vom Aufhängungspunkte abwärts muß nach dem Folgenden (§ 32) der Schwerpunkt liegen, hier also in dem Durchschnittspunkte der beiden Linien. Statt der Aufhängung in einem Punkte kann auch eine solche in zwei Punkten gewählt werden, dann aber werden drei Beobachtungen nötig.

Der Schwerpunkt ist dann der Schnittpunkt der drei jedesmal durch die Aufhängungspunkte gelegten senkrechten Ebenen.

Ist eine Aufhängung nicht möglich, so kann man statt dessen den Körper über einer Kante verschieben, bis er auf ihr balanciert (Stock über dem Finger) oder, wenn er selbst passende Kanten besitzt, ihn drehen oder kippen, bis er auf diesen balanciert (Kiste beim Umkanten).

b. Auf ähnliche Weise läßt sich auch die Lage unseres Schwerpunktes bei verschiedener Körperhaltung ermitteln. Legen wir uns in der Stellung **Fig. 13** a. über eine Reckstange und heben uns nachher in derselben Stellung zum Zehenstande, so liegt der Schwerpunkt im Durchschnitte der senkrechten Ebenen durch die Stange, bez. die Zehen (Ballen).

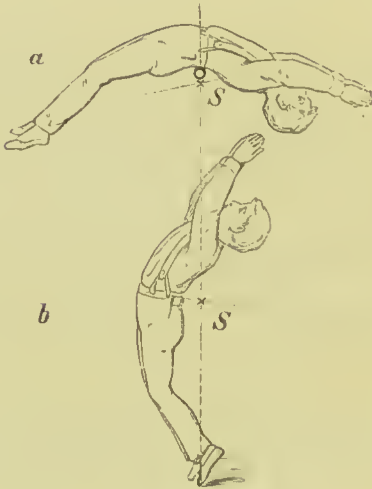


Fig. 13.



Fig. 14.

Die Lage des Schwerpunktes bei starkem Vorheben der Arme und Beine finden wir ebenso, indem wir uns in dieser Haltung z. B. an eine Reckstange hängen (**Fig. 14** a.) und auf dieselbe setzen (**Fig. 14** b.).*)

Auch mit Hülfe eines Brettes, das mit seinem eigenen Schwerpunkte über einer scharfen Kante liegt, also auf dieser balanciert, läßt sich die Schwerpunktslage unseres Körpers durch Verschieben desselben auf dem Brette ermitteln (**Fig. 15** a. u. b.).

c. Aus solchen theoretischen wie praktischen Untersuchungen ergiebt sich, daß der Schwerpunkt in der „Grundstellung" etwa in Höhe des Kreuzes nahe vor der Wirbelsäule liegt. In der Hockstellung der Beine bei Hochhebhalte der Arme liegt derselbe hart vor dem unteren Ende oder vor der Mitte des Brustbeins, bei Vorhebhalte der Beine und Arme merklich weit vor der Brust.

d. Jede Veränderung in der Körperhaltung ist demgemäß auch fast immer mit einer Schwerpunktsverschiebung verbunden; und durch Bewegungen einzelner Glieder sind wir daher in der Lage, dem Schwerpunkte und dadurch auch dem ganzen Körper eine Bewegung zu erteilen.**)

---

*) In Fig. 14 b. sollte die Reckstange und die Vertikallinie durch dieselbe etwas weiter nach vorn, nach den Füßen zu, gezeichnet sein. Der Schwerpunkt liegt weiter vor dem Körper, als es hier gezeichnet ist.

**) Daß wir durch unsere Bewegungen den Schwerpunkt im Raume nicht würden verschieben können, wenn der Körper frei schwebte, wird in § 82 genauer ausgeführt werden.

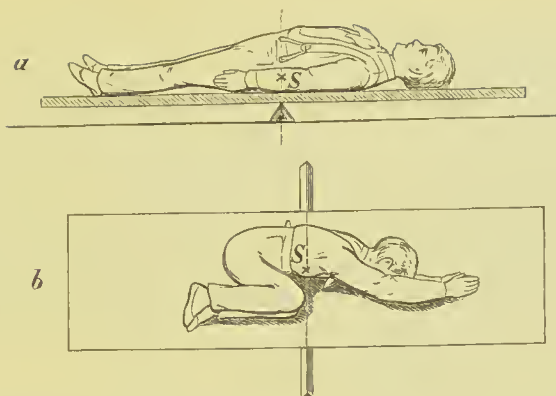


Fig. 15.

§ 31. Bei dem Hurten am Reck erteilen wir zunächst den Beinen einen kräftigen Schwung rückwärts und aufwärts. Dieser verlegt den Schwerpunkt aus seiner Lage vor dem Bauche hinter das Kreuz — also schräg rückwärts und aufwärts —, erteilt also dem ganzen Körper eine Bewegung schräg aufwärts, die derselbe, durch den Druck der Arme unterstützt, infolge der Trägheit noch etwas beibehält.

Bei der Hocke aus dem Stütz, z. B. am Bock, würde die Streck- und Stemmkraft der Arme allein wohl nicht genügen, den Körper soweit aufwärts und vorwärts zu werfen, wie es zum Überhocken erforderlich ist, das schwunghafte Hinaufziehen der Beine vielmehr giebt dem Schwerpunkte den größten Teil des nötigen Schwunges.

Das Zucken mit den Beinen, diese unschöne Bewegung, gegen die wir Turnlehrer immer anzukämpfen haben, erleichtert jedes ruckweise Heben des Körpers, weil es eine Schwerpunktsverschiebung aufwärts bedingt. Wir finden daher das Beinzucken beim Stützeln und Hangeln, mehr noch beim Stützhüpfen und Hangzucken, und bei letzterem besonders, wenn es aufwärts (schräge Leiter) geübt wird.

Wird das Zucken vermieden, so sind es bei diesen Übungen allein die Arme, welche dem Körper den Ruck aufwärts erteilen müssen.

Ebenso sieht man das Zucken häufig beim Armstrecken aus dem Schwingen im Knickstütz am Barren (besonders am Ende des Vorschwunges), beim Schwungstemmen am Reck, beim ungleicharmigen Aufstemmen zum Knickstütz ohne Schwung und manchen andern Übungen.

Bei dem Kippen, sei es aus dem Oberarmhang (-stütz) im Barren, sei es aus dem ruhigen Abhange an diesem oder an anderen Geräten, Reck, Schaukelringen u. s. w., erteilen wir zunächst den Beinen eine lebhafte Bewegung schräg aufwärts (Kippstoß) und werfen dadurch gleichsam den Schwerpunkt schräg aufwärts, so daß nun die Kraft der Arme diese Bewegung zu unterhalten und den Körper bis zum Stütz zu heben imstande ist.

Gleichgewicht.

§ 32. Soll ein Körper in Ruhe (Gleichgewicht) verharren, so muß seine Unterstützung oder Befestigung die Resultante der Schwerkraft aufheben.

Der Körper kann nun a. in einem Punkte oder b. in zwei Punkten oder einer geraden Linie, Axe, oder c. in drei oder mehr nicht in gerader

Linie hinter einander liegenden Punkten oder, was dasselbe ist, in einer Fläche unterstützt oder aufgehängt sein.

Es kann z. B. ein Körper

a. auf einer Spitze ruhen oder an einem Faden aufgehängt sein, oder

b. an zwei Fäden hängen, die an zwei Punkten desselben befestigt sind, oder sich um eine Axe drehen, oder

c. auf einer Fläche, auf drei, vier oder mehr Füßen ruhen oder vermittelst mehrerer Punkte an Schnüren aufgehängt sein.

Ist ein Körper an einem anderen so befestigt, daß er sich gegen diesen nicht bewegen kann (Befestigung durch Nägel, Leim, Klammern 2c., auch durch genügend festen Griff), so bildet er mit diesem anderen zusammen einen neuen Körper, für welchen die folgenden Bedingungen des Gleichgewichts erfüllt sein müssen.

§ 33. a. Ist der Körper in einem Punkte unterstützt (oder aufgehängt), so ist er nur dann im Gleichgewichte, wenn der Schwerpunkt S und der Unterstützungspunkt A in einer vertikalen Linie liegen. Der Angriffspunkt der Resultante der Schwere kann dann (nach § 25c.) von S nach A verlegt werden, dessen Festigkeit die Wirkung der Schwere aufhebt.

b. Sind zwei Punkte A und B des Körpers so unterstützt, daß sie sich nicht abwärts bewegen können (Aufhängung an zwei Fäden, Ruhen auf zwei Spitzen), so ist derselbe im Gleichgewichte, wenn die Vertikallinie durch seinen Schwerpunkt S die Linie AB schneidet. Es kann dann nach § 25c. die Resultante der Schwere an diesen festen Schnittpunkt verlegt werden.

Sind die Punkte A und B so befestigt, daß auch die Bewegung aufwärts nicht möglich ist (Befestigung einer Axe, um die sich der Körper dreht), so besteht das Gleichgewicht auch, wenn die Vertikale durch S die Verlängerung von AB schneidet.

Steht diese Axe senkrecht, so ist der Körper immer im Gleichgewichte.

Bei der Befestigung in zwei Punkten muß der Schwerpunkt also, wenn Gleichgewicht bestehen soll, in der vertikalen Ebene liegen, welche man durch die beiden festen Punkte A und B legen kann.

§ 34. Ruht ein Körper auf mehreren Punkten oder auf einer Fläche, so bleibt er in Ruhe (ist im Gleichgewichte), wenn die durch den Schwerpunkt S gehende Vertikallinie diese Fläche trifft (Fig. 16). Geht diese Linie jedoch an der Unterstützungsfläche vorbei, so kippt der Körper, infolge der Schwere, um (Fig. 17).

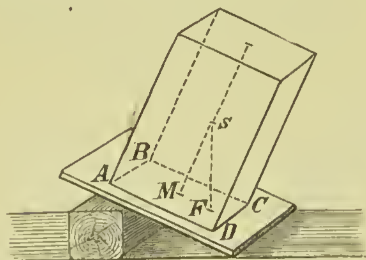


Fig. 16.

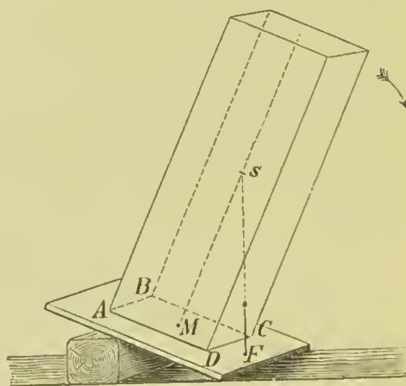


Fig. 17.

Die Standfestigkeit eines auf einer Fläche, oder mehreren Punkten (Füßen) ruhenden Körpers — diese wird gemessen durch die am Schwerpunkte angreifende horizontal wirkende Kraft, welche den Körper zum Umkippen bringen würde — ist um so größer, a. je größer sein Gewicht ist, b. je größer die Unterstützungsfläche ist, bez. je weiter die Kante entfernt ist, über welche der Körper gekippt werden soll, c. je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Man machte zum Teil aus diesem Grunde Böcke und Pferde früher sehr schwer; man stellt ihre Beine schräg nach außen, giebt dem Sprungkasten unten Querleisten und den Springeln große Kreuzfüße; man macht Gegenstände, die sicher stehen sollen, unten recht schwer, füllt z. B. den Lampenfuß mit Blei aus u. s. w.

Arten des Gleichgewichts.

§ 35. Ist ein Körper irgendwie im Gleichgewichte, so kann dieses stabil, indifferent oder labil sein.

1) Stabil oder sicher ist dasselbe, wenn der Körper nach einer kleinen Verrückung, einem schwachen Neigen desselben oder dergl. von selbst, also vermöge der Schwere, in die alte Lage zurückkehrt. Dieses ist der Fall, wenn jene Verrückung seinen Schwerpunkt hob.

2) Indifferent ist dasselbe, wenn der Körper nach einer kleinen Verrückung auch in der neuen Lage im Gleichgewichte ist. Dieses ist der Fall, wenn bei der Verrückung der Schwerpunkt die gleiche Höhe behielt.

3) Labil oder unsicher ist das Gleichgewicht, wenn nach einer kleinen Verrückung der Körper von selbst, d. h. vermöge seiner eigenen Schwere, nicht in jene Lage zurückkehrt, sondern sich mehr und mehr aus der alten Gleichgewichtslage entfernt. Dieses ist dann der Fall, wenn bei der Verrückung der Schwerpunkt sich senkte. Das Fallen dauert dann so lange, bis der Schwerpunkt die tiefste mögliche Lage eingenommen hat.

§ 36. Ein in einem festen Punkte oder an einer nicht vertikalen festen Axe drehbar befestigter Körper ist demnach im stabilen, indifferenten oder labilen Gleichgewichte, je nachdem sich sein Schwerpunkt unter, in oder über dem Unterstützungspunkte, oder der Axe befindet. Im letzteren Falle schlägt der Körper bei einer kleinen Verrückung in die stabile Gleichgewichtslage um.

§ 37. Ein Körper, welcher balanciert werden muß, ist im labilen Gleichgewichte, ein pendelnder, sich von selbst hin und her bewegender, wird immer*) zum stabilen Gleichgewichte kommen. Ein mit einer Fläche aufliegender Körper ist im stabilen Gleichgewichte.

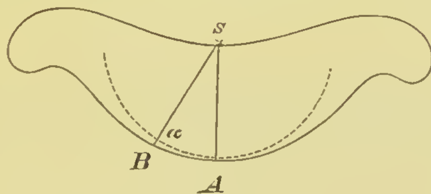


Fig. 18.

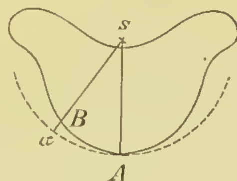


Fig. 19.

Eine Wiege, ein Wiegepferd und dergl. sind im stabilen Gleichgewichte, weil die Entfernung BS (Fig. 18) länger ist als AS, der Schwer-

*) Vergleiche jedoch § 41.

punkt S also gehoben wird, wenn durch Schrägstellen des Körpers die Linie BS senkrecht gestellt wird. Ebenso ist es bei dem Stehaufmännchen und dem Stehaufglase. Hätten die Kufen zu starke Krümmung (Fig. 19), so daß BS kürzer wäre als AS, so würde die Wiege zweifellos umschlagen.

Eine genügend lange runde Stange, welche wir quer über den einen und unter den anderen Barrenholm legen, wie es Fig. 20 andeutet, kann sich, wenn sie gerade ist, in jeder Stellung in Ruhe, also in indifferentem Gleichgewichte befinden; wenn sie gebogen ist, nur in zwei Stellungen. In der Stellung Fig. 21 a. ist sie im labilen, in der Stellung Fig. 21 b. im stabilen Gleichgewichte.

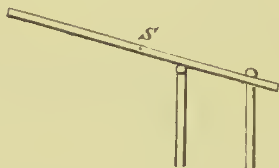


Fig. 20.

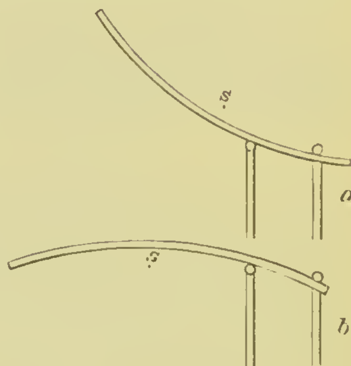


Fig. 21.

Ein Turner, der die Fahne an der Unterseite geneigter Stangen ausführt, ist im stabilen Gleichgewichte, an der Oberseite könnte er nur in labilem Gleichgewichte sein.

§ 38. Ein Ei auf der Spitze ist im labilen Gleichgewichte, auf der Seite im indifferenten Gleichgewichte in Beziehung zur Drehung um seine Längsaxe, dagegen im stabilen Gleichgewichte bei versuchter Drehung um die horizontale Queraxe.

Eine senkrecht stehende Leiter ist in Beziehung auf die Drehung seitwärts, d. h. in der Ebene ihrer Holme und Sprossen, innerhalb mäßiger Grenzen im stabilen Gleichgewichte, in Beziehung auf eine Drehung vorwärts, also senkrecht zu dieser Ebene, im labilen Gleichgewichte. Im Streckstütz am Barren ist das Gleichgewicht unseres Körpers stabil, sobald wir eine Bewegung seitwärts versuchen, in Beziehung auf die Bewegung vorwärts oder rückwärts ist es labil.*) Auch beim Gehen an Ort pendelt der Körper hin und her, schwankt um eine Gleichgewichtslage, ist also in Beziehung auf diese Drehung beim Stehen in stabilem Gleichgewichte.

§ 39. Beim Turnen befindet der Körper sich, sobald er zur Ruhe gekommen ist, immer völlig oder doch beinahe**) in einer dieser drei Gleichgewichtslagen.

---

*) Im Stütz am Barren u. s. w. sind es nicht eigentlich zwei Punkte, in denen unser Körper unterstützt ist, sondern zwei kleine Flächen, die Handflächen. Da es aber in Wirklichkeit überhaupt keine Unterstützungs*punkte* giebt, sondern nur Unterstützungs*flächen*, wenn auch sehr kleine, fast punktartige; so ist es Geschmackssache, ob man solche kleinen Flächen Unterstützungspunkte nennen und von labilem Gleichgewichte sprechen will, oder ob man sie als Flächen ansieht und das Gleichgewicht stabil nennt, wenn auch von sehr geringer Stabilität. Bei hoher Schwerpunktslage, z. B. beim Handstehen, tritt die Thätigkeit des Balancierens so sehr hervor, daß nur erstere Auffassung natürlich erscheint, beim gewöhnlichen Streckstütz liegt die Sache weniger klar, doch ziehe ich nach meinem Gefühl auch hier die erstere Auffassung vor, wonach unser Körper sich in einem durch die Reibung und Festigkeit der Hand leicht erhaltenen *labilen* Gleichgewichte befindet. Vergl. noch § 41.

**) Die große Reibung unserer Handflächen an den Geräten bei festem Griff und große Kraft im Handgelenke gestatten wohl eine geringe Abweichung des Schwerpunktes aus der Lage senkrecht über den Unterstützungspunkten.

Im labilen Gleichgewichte ist er, außer im Streckstütz, Handstehen, der Stützwage und ähnlichen Stellungen, auch im Sitzen, Knieen oder Stehen auf einer Kante, Reckstange u. dergl.

Im stabilen Gleichgewichte befinden wir uns im Streck- und Beugehange, Unter- und Oberarmhange auf schmaler Unterlage, bei der Hangwage, im Knie-, Zehen- oder Fersenhange und im Knickstütz.

Pressen wir im Sturzhange (Abhange) die Arme an die Körperseiten, so daß die Hände den Drehpunkt bilden, so wird das Gleichgewicht stabil, bei geringerer Fixierung der Arme im Schultergelenke bildet dieses den Unterstützungspunkt, und das Gleichgewicht ist labil.

Bei starkem Armbeugen im Sturzhange wird es sogar für die Hände labil.

Ruht unser Körper auf einer nicht zu kleinen Unterstützungsfläche, z. B. beim Liegen, Sitzen oder Knieen auf breiten Geräten, im Liegestütz, Liegehange, Oberarmhange am Barren und in ähnlichen Stellungen, so ist das Gleichgewicht stabil. Auch beim Stehen auf dem ganzen Fuße spricht man bei dessen Größe wohl richtiger von einem stabilen Gleichgewichte mit geringer Stabilität, als von einem labilen.

§ 40. Im indifferenten Gleichgewichte ist der Körper beim Turnen selten; durch dieses hindurch gelangt er bei Übungen ohne Schwung aus einer der beiden vorigen Gleichgewichtslagen in die andere.

Bei einem Felgaufzuge am Reck z. B., sei es vorlings oder rücklings, heben wir den anfangs lotrecht unter der Stange befindlichen Schwerpunkt senkrecht auf diese zu (Fig. 22 und 23 a. b.), verlegen ihn dann in die Stange (Fig. 22 und 23 c.) — in diesem Augenblicke findet indifferentes Gleichgewicht statt — und durch weiteren Zug der Arme über dieselbe und etwas seitwärts (Fig. 22 und 23 d.), so daß die Schwere ein Überschlagen

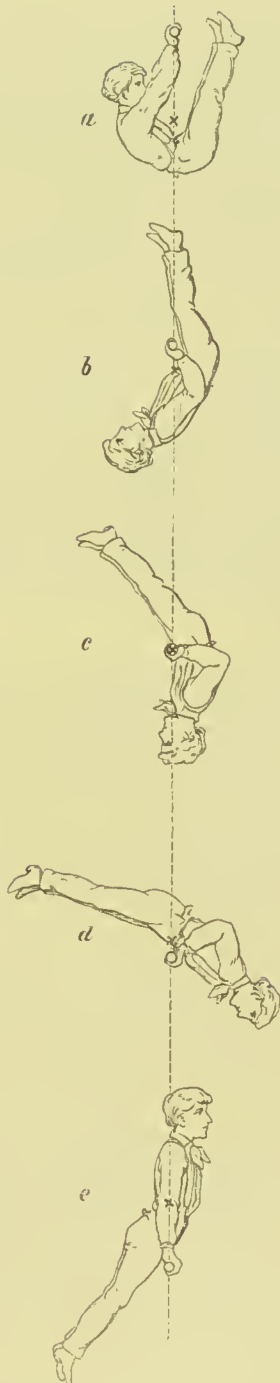


Fig 22.

des Körpers hervorbringt, durch welches der Kopf nach oben gelangt. Rechtzeitiges Armstrecken verlegt den Schwerpunkt wieder auf die andere Seite der Stange, hebt dadurch diese Drehung auf und läßt den Körper zur Ruhe kommen, wenn der Schwerpunkt S wieder senkrecht über der Stange (**Fig. 22** und **23** e.) liegt.

Bei langsamem Aufstemmen aus dem Knickstütz am Reck zum Streckstütz vorlings wie rücklings geht ebenfalls der Schwerpunkt durch die Stange hindurch, der Körper ist also in diesem Augenblicke in indifferentem Gleichgewichte.

Das Vorheben der Beine oder das starke Hohlmachen des Kreuzes, was an der Reckstange nötig wird, um den Schwerpunkt vor, bez. hinter den Körper zu verlegen, kann fortfallen, wenn diese Übungen an den Schaukelringen oder am Barren ausgeführt werden.

§ 41. Die pendelnde Bewegung, welche wir beim Schwingen im Streckstütz, z. B. am Barren, ausführen, könnte uns zu der Annahme verleiten, bei letzterem sei der Körper im stabilen Gleichgewichte; doch ist das nicht der Fall. In Wahrheit haben wir den Körper bei diesem Schwingen beständig zu balancieren, was schwachen Turnern anfangs Mühe macht und manchen Anfänger zu Fall bringt (beim Schwingen am Ende des Barrens bei Anfängern Hülfestellung!); anders ist es beim Schwingen im Streck- oder Beugehang und im Oberarmhang. Dieses ist wirklich ein Pendeln des Körpers um eine stabile Gleichgewichtslage. Desgl. das Schwingen im Knickstütz, bei welchem die Feststellung der Arme gegen den Körper anfangs nicht leicht ist, und dasjenige im Unterarmstütz am Barren, bei welchem die Ellenbogengelenke sowohl, wie die Schultergelenke die festen Drehpunkte bilden können.

Bei dem Schwingen im Streckstütz sind nicht die Schultergelenke feste Stützpunkte, sondern die Hände.



Fig. 23.

Die nicht ganz einfache physikalische Erklärung des Schwingens selbst behandelt ein späteres Kapitel (§ 88).

§ 42. Bei allen Übungen des Beinkreisens am Pferde oder Barren, beim Stützeln an Ort und ähnlichen Übungen mit Lüften einer Hand pendelt der Schwerpunkt in der durch die Hände gehenden Ebene um eine in Beziehung auf diese Bewegung stabile Gleichgewichtslage. Dieses Pendeln seitwärts ist nötig, um den Schwerpunkt möglichst weit über die griff-feste Hand zu bringen und die zu lüftende Hand zu entlasten. Wollen derartige Übungen nicht gelingen, so besteht der Fehler meistens darin, daß der Schwerpunkt zu nahe der zu lüftenden Hand liegt, daß diese also zu sehr belastet ist und daher nicht loslassen kann.

Hebel.

§ 43. Wenn ein starrer Körper einen festen Punkt oder eine feste Axe besitzt, um die er sich drehen kann, und wenn mindestens zwei Kräfte von entgegengesetzten Momenten auf ihn wirken, so nennt man ihn einen Hebel. (Die gewöhnliche Form eines Hebels ist die einer Stange.)

Wirken beide (nur mit Beziehung auf zwei Kräfte sind die folgenden Ausdrücke verwendbar) Kräfte auf derselben Seite des Drehpunktes, so heißt der Hebel einarmig (**Fig. 25** a.), zweiarmig dagegen, wenn sie auf verschiedenen Seiten des Drehpunktes wirken (**Fig. 25** b.). Von den beiden Kräften nennt man gewöhnlich die größere die Last, die kleinere die Kraft.

§ 44. Hebelgesetz. An einem Hebel ist dann Gleichgewicht vorhanden, d. h. die Kräfte bringen dann keine Bewegung desselben hervor, wenn die statischen Momente in Beziehung auf den Drehpunkt gleich und entgegengesetzt sind, wenn sich also die Kräfte umgekehrt verhalten, wie ihre Hebelarme (vgl. § 24). Bei mehreren Kräften muß die Summe der statischen Momente der in gleichem Sinne drehenden Kräfte ebenso groß sein, wie diejenige der entgegengesetzt wirkenden.

Der Angriffspunkt der Resultante dieser Kräfte trifft dann die feste Axe oder den festen Drehpunkt, und dessen Festigkeit vernichtet ihre Wirkung.

§ 45. Bei einer Schnellwage (Lünzel) (**Fig. 24**) sei z. B. der Hebelarm der Wagschale 5 cm, das Laufgewicht 1 kg schwer. Dann muß

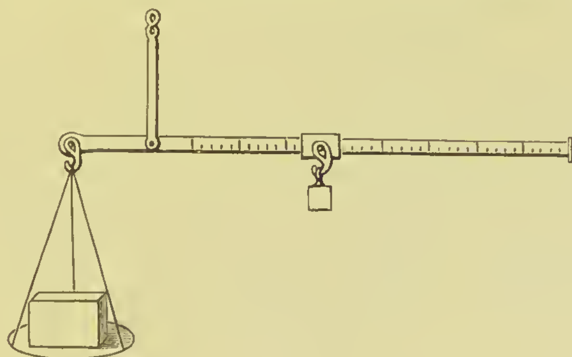


Fig. 24.

es, um einer Last von 3, 5, 7 kg das Gleichgewicht zu halten, an einem Hebelarme von 3=, 5=, 7mal 5 cm hängen. Dann verhält sich 3 kg : 1 kg = 3 . 5 cm : 5 cm. Auch andere Wagen, ferner Zangen, Scheren Thürklinken und Pumpenschwengel, Nußknacker, Korkpressen, Schubkarren und viele andere Werkzeuge sind Hebel, die ersteren zweiarmige, die letzteren einarmige; Brecheisen und Hebebäume lassen sich bald als einarmige (Fig. 25 a.), bald als zweiarmige (Fig. 25 b.) Hebel benutzen.

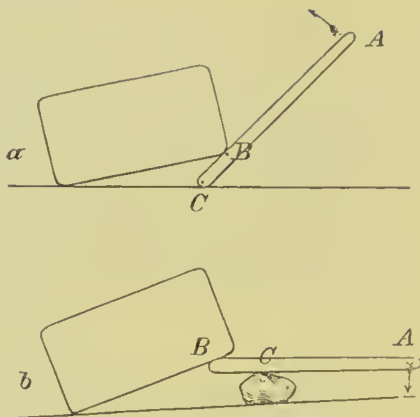


Fig. 25.

§ 46. Fast alle unsere Glieder sind einarmige Hebel, deren Drehpunkte in den Gelenken liegen. Bei ihnen wirkt die Kraft (Muskeln) an einem sehr kurzen, die Last an einem langen Hebelarme, der oft 8- bis 12mal so lang ist, wie der Hebelarm der Kraft.*) Wie außerordentlich groß die Zugkraft der Muskeln ist, lehrt die Physiologie.

Vorteilhaft sind natürlich möglichst kurze Hebelarme der Last. Bei wagerechter Stellung des Unterarms trägt sich der schwere Korb im Arme nahe am Ellenbogengelenke weit leichter, als in der Hand.

Im Kniehange tragen wir unsern Körper leicht und sicher, wenn die Schenkel nahe bei den Kniegelenken auf der Stange aufliegen, nur mit großer Anstrengung dagegen, wenn etwa das Fleisch der Wadenmuskeln aufliegt. Kniehangwelle und Kniehangabschwung, ja selbst das Schwingen im Kniehange sind gefährlich, wenn nicht die Reckstange fest in den Kniegelenken bleibt.

§ 47. Im Liegestütz vorlings am Barren wirkt die Last, da der Schwerpunkt bei gestreckter Körperhaltung in der Kreuzgegend liegt, an einem kürzeren Hebelarme, als die in den Schultergelenken angreifende Stemmkraft der Arme, während die auf den Holmen aufliegenden Füße die festen Drehpunkte (Drehaxe) des Hebels bilden. Bei dem Armbeugen und -strecken im Liegestütz mit aufgelegten Füßen haben die Arme nur etwa $2/3$ des Körpergewichts zu tragen, bei aufliegenden Knieen etwa die halbe, im gewöhnlichen Stütz die volle Körperlast. Jene Übungen eignen sich daher mehr für jüngere, diese für ältere kräftigere Schüler.

Das Armstrecken im Liegestütz am Reck (Füße am Boden) ist je nach dem Grade der Neigung und nach der Körperhaltung verschieden schwer, aber auch bei hohlem Kreuz leichter, als im Liegestütz am Barren, da die Last (der Schwerpunkt) nicht senkrecht, sondern auf geneigter Bahn (vgl. § 17) gehoben werden soll, und die Kraft dieser Bahn etwa parallel wirkt.

Diese Übungen empfehlen sich daher für die schwächsten Schüler und für Mädchen. An den Schaukelringen, welche dem Druck der Arme in wagerechter Richtung ausweichen, kommt bei dieser letzten Übung oft nur ein Teil der Kraft zur Geltung; dieselbe ist dann also wesentlich erschwert.

*) Von der gewöhnlichen Ausdrucksweise, nach der die größere der Kräfte die Last genannt wird, muß natürlich abgewichen werden, wenn es sich um Muskelkraft und zu tragendes Gewicht handelt.

§ 48. Bei der Hangwage liegt die Schwierigkeit in dem Festhalten der Arme in ihrer Stellung zum Rumpfe. Ihr Drehpunkt ist das Schultergelenk, die Kraft (Arm- und obere Rumpfmuskeln) wirkt an sehr kurzem Hebelarm, die Last (Schwere) im Schwerpunkte an viel längerem Arme. Bei gestrecktem Körper ist dieser Hebelarm länger, als bei hockenden und schon bei gegrätschten Beinen; in wagerechter Haltung größer, als bei schräger Stellung des Körpers, da ja bei senkrecht wirkender Last der Hebelarm wagerecht zu messen ist.

Je fester man bei solchen Wagen die Arme mit ihrer ganzen Länge an die Leibesseiten anpreßt und den Leib gleichsam einklemmt, desto leichter werden die Wagen, weil der Drehpunkt dadurch von den Schultern nach den Füßen hin verrückt wird.

Rolle und Wellrad.

§ 49. a. Eine feste Rolle, das ist eine Rolle mit fester Axe, ist als ein Hebel mit gleich langen Armen, AC und BC (Fig. 26 a.) anzusehen, an welchem daher Kraft und Last gleich sein müssen. Durch dieselbe wird also nichts an Kraft gewonnen, sondern nur die Richtung der Kraft, des Zuges geändert.

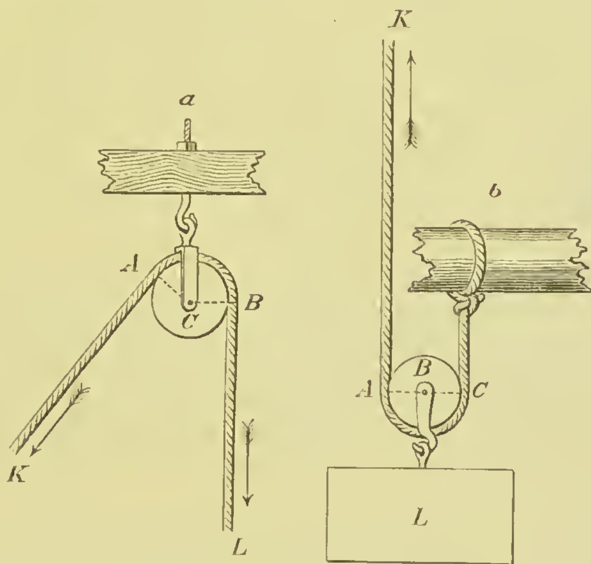


Fig. 26.

b. Eine bewegliche Rolle, das ist eine Rolle mit beweglicher, die Last tragender Axe, ist als ein Hebel anzusehen, dessen Drehpunkt C (Fig. 26 b.) an einer Stelle des Umfanges liegt, bei welchem der Hebelarm der Last gleich dem Halbmesser BC, der Arm der Kraft gleich dem Durchmesser AC ist. Die Last kann demnach doppelt so groß sein, wie die Kraft.

c. Der Flaschenzug ist eine Verbindung von mehreren festen und beweglichen Rollen, welche das Heben großer Lasten (einen starken Zug u. dergl.) mit weit geringerer Kraft ermöglicht.

d. Ein Wellrad (Fig. 27 a. b.) besteht aus einem Rade, Zahnrade oder einer Walze mit kleinerem Halbmesser, der Welle, und

einem mit ihr fest verbundenen Rade von größerem Halbmesser oder einer Kurbel, dem Rade.

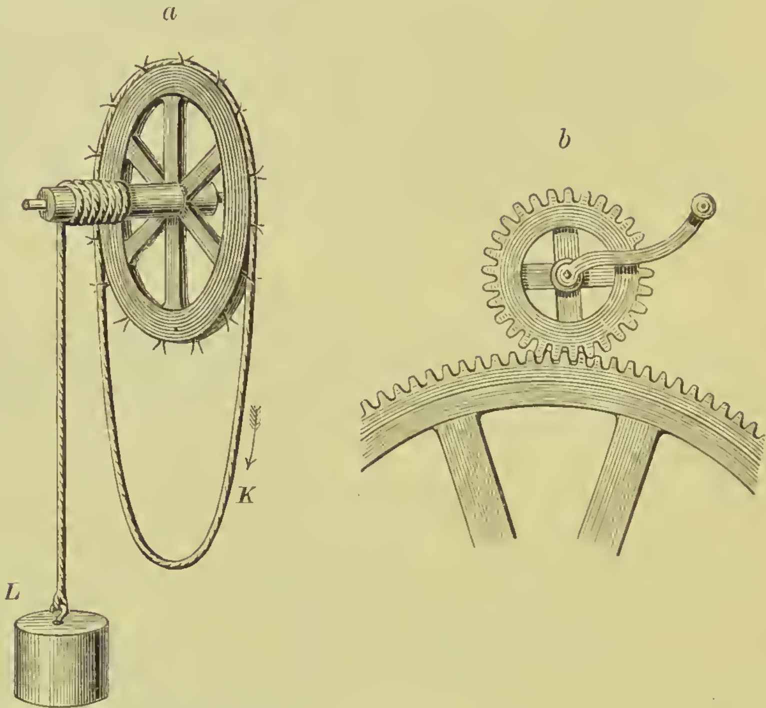


Fig. 27.

So viel mal größer der Halbmesser des Rades, also der Hebelarm der Kraft ist, als der Halbmesser der Welle, also der Hebelarm der Last, soviel mal darf letzterere größer sein, als die wirkende Kraft.*)

Für den Turnplatz haben Rolle und Wellrad geringere Bedeutung, da Rollzeuge zu den weniger verbreiteten Gerätschaften gehören, und da die als Stellvorrichtung oder als Mittel zum Fortschaffen schwerer Geräte häufig verwandten Rollen nicht eigentlich in eine „Physik des Turnens" gehören.

*) Soll die Last nicht nur getragen, sondern wirklich gehoben, also bewegt werden, so muß die Kraft etwas größer sein, als nach der obigen Berechnung, denn sie soll die Bewegung hervorbringen und außerdem noch die Reibung der Seile und Rollen überwinden können.

Dritte Abteilung.

(§ 50—67.)

Kräftepaare. Drehung starrer Körper und Trägheitsmoment. Wellen und Umschwünge.

Kräftepaare.

§ 50. Wirken zwei gleich große antiparallele Kräfte auf zwei Punkte eines Körpers ein, so erteilen sie diesem keine fortschreitende Bewegung, wohl aber eine Drehung. (Vgl. § 25. Anmerk.) Zwei solche Kräfte nennt man ein Kräftepaar.

Eine Drehung kann nur durch ein Kräftepaar hervorgebracht werden, niemals durch eine einzelne Kraft.

Scheinbare Ausnahmen von dieser Regel bilden die Fälle, in denen eine dieser Kräfte oder gar beide entweder durch ein festes Hindernis ersetzt sind, das durch seinen Gegendruck eine beabsichtigte Bewegung hemmt und dadurch wie eine entgegengesetzt gerichtete Kraft wirkt, oder durch die Trägheit (Beharrungsvermögen) der Masse. Kippt z. B. ein stehender Körper um, oder pendelt ein anderer, so bewirken diese Drehung die Schwere und die feste Unterstützung des Körpers. Werfen wir durch Hurten den Körper von der Reckstange ab, z. B. zur freien Felge vorlings rückwärts, so erfolgt die Drehung zur Felge durch das Zusammenwirken der Schwere und der Festigkeit der Reckstange, welche dabei genau unser Gewicht trägt, also einen ebenso großen Gegendruck nach oben giebt, wie die Schwere nach unten.

Auch beim Hebel sind es nicht Kräfte, welche ihn zu drehen streben, sondern Kräftepaare, deren eine Kraft durch die Festigkeit der Drehaxe ersetzt ist.

Wird ein Stab an einem Ende so geschlagen, daß er mit Drehung davonfliegt, so bewirken die Kraft des Schlages und die Trägheit, welche den Schwerpunkt in der alten Ruhelage zurückzuhalten sucht, diese Drehung. Trifft ein geworfener Stab einen festen Gegenstand so, daß er mit Drehung weiterfliegt, so sind in diesem Falle beide Kräfte des Paares ersetzt, eine durch die den Schwerpunkt vorwärts treibende Trägheit, die andere durch den festen Gegenstand, welcher das eine Stabende zurückhält, also wie eine rückwärts gerichtete Kraft wirkt.

§ 51. Stellen wir die zwei gleichen in den Punkten A und B angreifenden entgegengesetzt gerichteten Kräfte eines links drehenden Kräftepaares durch die Linien AD und BE dar (**Fig. 28**), und diejenigen eines zweiten in den Punkten α und β angreifenden rechts drehenden Paares durch $\alpha\delta$ und $\beta\varepsilon$; so bleibt der Körper dann in Ruhe, wenn eine (jede) Kraft des ersten Paares zu einer Kraft des zweiten sich verhält, wie der Arm ($\alpha\beta$) des zweiten Paares zu demjenigen (AB) des ersten.

Denken wir uns, um dies klar zu legen, zunächst einmal 1) die Linien AB und $\alpha\beta$ auf einander fallend und die Abstände $A\alpha$ und $B\beta$ gleich; 2) den Körper um den gemeinschaftlichen Mittelpunkt, welcher fest sein möge, drehbar; so gilt das Hebelgesetz (§ 44), nach welchem sich verhalten muß

$AD : \alpha\delta = C\alpha : CA$ oder $= \beta\alpha : BA$ und
$BE : \beta\varepsilon = C\beta : CB$ oder $= \alpha\beta : AB$.

Oder aber suchen wir nach § 24 den Punkt, in welchem die für AD und $\alpha\delta$ einzusetzende resultierende Kraft angreifen müßte, und denjenigen für die Resultante von BE und $\beta\varepsilon$; so ergiebt sich für beide der Mittelpunkt C, und diese Resultierenden selbst sind gleich groß, nämlich gleich $\alpha\delta - AD = \beta\varepsilon - BE = CM = CN$ und entgegengesetzt gerichtet. Die beiden resultierenden Kräfte heben sich also unter der Annahme 1 auf, d. h. der Körper bleibt in Ruhe, auch wenn wir C nicht als fest annehmen.

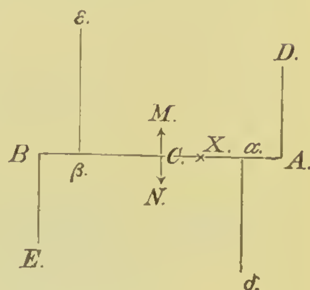


Fig. 28.

Denken wir uns nun irgend einen anderen Punkt X auf der Linie AB als festen Drehpunkt (durch diese Befestigung kann das bestehende Gleichgewicht, die Ruhe, natürlich nicht gestört werden), so wäre die Summe der statischen Momente (vergl. §§ 25 und 44) der linksdrehenden Kräfte $= AD \,.\, AX + BE \,.\, BX$, oder $= AD \,.\, AB$, weil $AD = BE$ ist, und entsprechend diejenige der rechtsdrehenden $= \alpha\delta \,.\, \alpha X + \beta\varepsilon \,.\, \beta X = \alpha\delta \,.\, \alpha\beta$. Wenn nun $AD : \alpha\delta = \alpha\beta : AB$, so ist $AD \,.\, AB = \alpha\delta \,.\, \alpha\beta$; also ist auch für jeden beliebigen Punkt X der Linie AB (auch ihrer Verlängerung), als Drehpunkt eines Hebels gedacht, Gleichgewicht vorhanden.

§ 52. a. Das Produkt aus einer der beiden gleichen Kräfte und ihrem senkrechten Abstande, dem Arme des Paares, AD . AB, nennt man das statische Moment des Paares.

b. Dieses Moment bleibt dasselbe, auf welchen Punkt seiner Ebene (als Drehpunkt) wir es auch beziehen mögen. Ein Kräftepaar kann daher auch ohne Änderung seiner Wirkung in seiner Ebene beliebig verschoben und gedreht werden.

c. Zwei Kräftepaare von gleichen, aber entgegengesetzten Momenten in einer Ebene heben sich auf.

d. Für ein Kräftepaar kann ein anderes mit gleichem Momente eingesetzt werden; für jedes Paar kann daher auch ein solches mit dem Arme 1 (Meter) eingesetzt werden. Dieses nennt man das reduzierte Kräftepaar.

§ 53. a. Indem man statt eines jeden einzelnen Kräftepaares das reduzierte einsetzt, kann man beliebig viele in einer Ebene liegende Paare zu einem einzigen zusammenfassen.

b. Zwei Paare in verschiedenen Ebenen lassen sich verschieben (und drehen) und auf den in der Durchschnittslinie der Ebenen liegenden Arm AB = 1 (Fig. 29) beziehen.

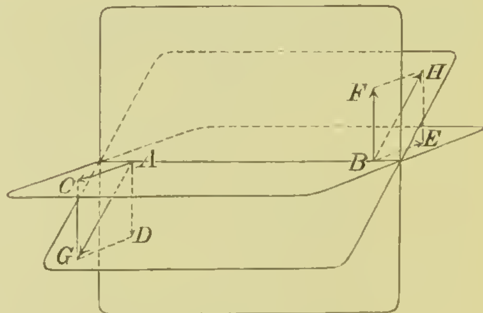


Fig. 29.

Dann setzen sich die in denselben Punkten A und B angreifenden Einzelkräfte AC und AD, sowie BE und BF nach dem Parallelogramm der Kräfte (§§ 10 und 14) zu einem resultierenden Kräftepaar AG und BH in einer neuen Ebene zusammen.

c. Ein Kräftepaar kann aus einer Ebene in eine andere ihr parallele verlegt werden.

Eine Welle MN läßt sich mit derselben Kraft drehen, mögen die Kräfte des Paares in A und B angreifen, oder in α und β, oder in a und b. (Fig. 30).

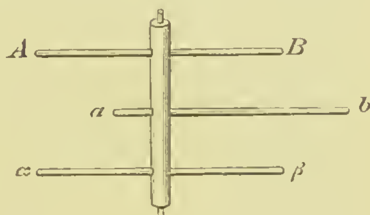


Fig. 30.

Drehung starrer Körper. Trägheitsmoment.

§ 54. Wenn ein starrer Körper sich um eine Axe dreht, so beschreiben seine einzelnen Punkte je nach ihrem Abstande r von dieser Axe verschieden große Wege, ihre lineare Geschwindigkeit (d. h. die fortschreitende Geschwindigkeit auf ihrer Bahn) ist also verschieden, und zwar dem Abstande von der Axe proportional; dagegen ist für alle Punkte die Winkelgeschwindigkeit dieselbe. Man mißt daher die Geschwindigkeit einer Drehung, indem man den Winkel mißt, um welchen sich der Körper in einer Sekunde bei gleichförmiger Drehung wirklich dreht, bei ungleichförmiger drehen würde, wenn während dieser Zeit die Geschwindigkeit sich nicht mehr änderte. (Vgl. §§ 5 und 7.)

Die Winkelbeschleunigung (-verzögerung) wird dementsprechend durch den Winkel gemessen, um welchen sich der Körper in der folgenden Sekunde mehr (weniger) dreht oder drehen würde, als in der vorhergehenden.

§ 55. Eine Drehung kann, wie in § 50 gezeigt, **nur** durch ein Kräftepaar hervorgebracht werden. Für ein solches Paar mit der Kraft k und dem Arme e, dessen Moment also ke ist, kann nach § 52 d. immer ein anderes mit dem gleichen Momente, z. B. mit dem Arme 1 und der Kraft ke, eingesetzt werden.

Als solche Kraft (Kräftepaar) könnte z. B. ein Gewicht an einem Faden verwendet werden, der um eine mit dem zu drehenden Körper verbundene Walze vom Radius 1 gewickelt ist.

Soll durch diese Kraft ein Massenteilchen, z. B. von der Masse 1 [m], bewegt werden, so hängt dessen Winkelbeschleunigung wesentlich von seinem Abstande von der Axe ab.

Läge es im Abstande 1 von der Axe, so könnte die Kraft ke direkt an ihm angreifend gedacht werden, und würde ihm die lineare Beschleunigung ke $\left[\frac{\text{ke}}{\text{m}}\right]$ erteilen, da ja die Kraft 1 der Masse 1 [m] die lineare Beschleunigung 1 $\left[\frac{1}{\text{m}}\right]$ erteilt. (Vgl. § 13. c.)

In diesem Falle würde auch die Winkelbeschleunigung gleich der linearen Beschleunigung sein, da man erstere nicht nach Winkelgraden oder rechten Winkeln zu messen pflegt, sondern so, daß man denjenigen Winkel 1 nennt (57° 17′ 45″), dessen Bogen im Kreise vom Radius 1 [r] die Länge 1 [r] hat. Wenn also ein Punkt im Abstande 1 von der Axe die lineare Geschwindigkeit 1 hat, so hat er auch die Winkelgeschwindigkeit 1.

§ 56. Läge das Massenteilchen m der Axe näher, z. B. in halbem Abstande, so könnten wir uns statt des reduzierten Kräftepaares mit dem Arme 1 ein anderes Paar mit dem Arme 1/2, aber mit doppelter Kraft denken, und die lineare Beschleunigung wäre doppelt so groß.

Diese lineare Beschleunigung wird demgemäß ebenso vielmal kleiner werden, als der Abstand des Teilchens von der Axe größer wird.

Die linearen Geschwindigkeiten (bez. Beschleunigungen), welche gleichen Massenteilchen durch dasselbe Kräftepaar erteilt werden können, verhalten sich also umgekehrt wie ihre Abstände von der Drehungsaxe.

Fragen wir aber nach der Winkelgeschwindigkeit (Winkelbeschleunigung) des Teilchens, so erkennen wir leicht, daß zu gleichen linearen Geschwindigkeiten um so größere Winkelgeschwindigkeiten gehören, je kleiner die Bahn, d. h. je kleiner der Abstand von der Axe oder der Radius (r) ist, so daß zur gleichen linearen Geschwindigkeit bei halbem Radius die doppelte Winkelgeschwindigkeit gehört.

Die Winkelgeschwindigkeiten (bez. Winkelbeschleunigungen) also, welche gleichen Massenteilchen durch dasselbe Kräftepaar erteilt werden, verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Axenabstände.

Soll dieselbe Kraft also verschiedenen Massenteilchen dieselbe Winkelbeschleunigung erteilen, so müssen sich diese Massen umgekehrt verhalten, wie die Quadrate ihrer Abstände, d. h. $m : m' = r'^2 : r^2$, oder daraus $m \cdot r^2 = m' \cdot r'^2$.

§ 57. a. Das Produkt $m \cdot r^2$ aus der Masse und dem Quadrate des Abstandes eines Körperteilchens nennt man sein **Trägheitsmoment.**

Teilchen von gleichen Trägheitsmomenten sind, wenn es sich um ihre Drehung handelt, gleichwertig, d. h. es läßt sich eines durch das andere ersetzen, ohne daß der Erfolg der drehenden Kraft ein anderer wird. Für jedes Massenteilchen m, m' u. s. w. im Abstande r, r' u. s. w. läßt sich daher ein anderes von der Masse mr^2, $m'r'^2$ u. s. w. und dem Abstande 1 eingesetzt denken.

Die Summe der Trägheitsmomente aller einzelnen Teilchen eines Körpers ergiebt das Trägheitsmoment des ganzen Körpers.

b. Das Trägheitsmoment eines Körpers ist für verschiedene Axen ungleich groß. Unter parallelen Axen ist für die durch den Schwerpunkt gehende Axe das Trägheitsmoment immer am kleinsten.

c. Bezeichnen wir das Trägheitsmoment für eine durch den Schwerpunkt gehende Axe AB mit T, für eine parallele Axe A′B′ im Abstande e mit T′, und die Masse des Körpers mit M, so ist $T' = T + M e^2$. Das heißt: das Trägheitsmoment für eine nicht durch den Schwerpunkt gehende Axe ist so groß, wie die Summe des Trägheitsmomentes des Körpers für die durch den Schwerpunkt gehende parallele Axe und des Trägheitsmomentes, welches derselbe Körper in Bez. auf die Axe A′B′ haben würde, wenn seine ganze Masse im Schwerpunkte vereinigt wäre.

d. Unter verschiedenen durch den Schwerpunkt zu legenden Axen hat der Körper für diejenige das kleinste Trägheitsmoment, um welche die Masse am nächsten vereinigt liegt.

Eine Walze läßt sich mit gleicher Kraft viel schneller um ihre Längsaxe drehen, als um eine der Queraxen, so dreht sich auch unser Körper bei weitem leichter um seine Längenaxe, als um die Breiten- oder Tiefenaxe. Darauf beruht die Möglichkeit, eine schwache Drehung um eine der Queraxen, selbst eine Teilbewegung um diese, z. B. das Kreisschwingen eines Beines, in eine weit stärkere Drehung um die Längenaxe umzuwandeln, was eingehender in §§ 78 und 79 behandelt wird.

e. Denken wir uns alle Teilchen eines Körpers auf halben, bez. drittel Abstand an die Axe herangerückt, so wird dadurch das Trägheitsmoment 4- bez. 9mal kleiner, und es kann durch dieselbe Kraft in gleicher Zeit eine 4fache bez. 9fache Winkelgeschwindigkeit erzielt werden.

Ein Stab von doppelter Länge kann um eine Queraxe durch die nämliche Kraft nur 4mal so langsam gedreht werden, wie ein gleich schwerer Stab von einfacher Länge; um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Axe viel schneller, als um eine parallele Axe, z. B. durch eins seiner Enden.

f. Die Winkelbeschleunigung ist gleich dem Momente des Kräftepaares dividiert durch das Trägheitsmoment, beide bezogen auf die Drehungsaxe.

§ 58. So wenig ein Körper eine fortschreitende Bewegung, die er einmal bekommen hat, ohne störende äußere*) Kräfte verliert oder verändert, so wenig verliert ein Körper die ihm einmal erteilte Drehung (Trägheitsgesetz § 1), sondern er behält diese, so lange keine äußeren Kräfte auf ihn einwirken, dem Sinne und der Größe nach unverändert bei. Drehung der Erde um ihre Axe.

Ebensowenig kann die Drehbewegung eines Teiles unseres Körpers verloren gehen, wenn wir diesen plötzlich (durch Muskelzug) mit dem übrigen Körper fest verbinden. Dieselbe teilt sich dann vielmehr dem ganzen Körper mit, so zwar, daß sich die größere Masse nun entsprechend langsamer dreht.

Bei dem Wellaufschwunge oder Kniewellaufschwunge versetzen wir zuerst das freie Bein in Schwingung und verwandeln diese dann in eine Drehung des ganzen Körpers. Desgleichen bei der Kniewelle rückwärts, ebenso, aber mit beiden Beinen, bei der Armwelle (Speiche) und Kreuzfelge, beim Schwingen im Stütz im Barren, beim Hurten u. s. w. Auch bei vielen Übungen mit Beinkreisen, z. B. dem Vorschwingen rechts mit folgendem Schraubenaufsitzen auf den Hals des Pferdes und ähnlichen Übungen versetzt man zuerst ein Bein allein in eine Kreisbewegung, während welcher dann das Bein in seiner Stellung zum Rumpfe fixiert wird und seine Bewegung auf den ganzen Körper überträgt.

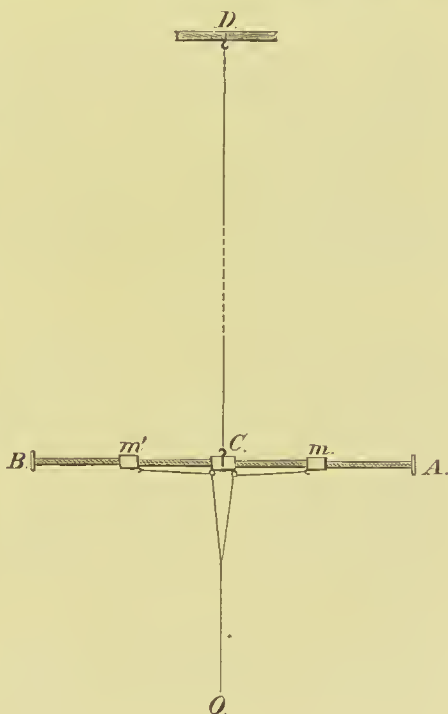


Fig. 31.

*) Zu den äußeren Kräften rechne ich auch solche, deren Sitz zwar in dem Körper sein kann, bei denen es aber zum Zustandekommen einer Wirkung dieser Kraft eines äußeren (festen) Gegenstandes bedarf. So wird z. B. die Hemmung des Laufes, das Auffangen des Körpers nach einem Sprunge durch die eigene Muskelkraft bewirkt, und doch kann dieses nur bewirkt werden, wenn (feste) Gegenstände da sind, gegen die wir stemmen können, und deren Festigkeitskräfte, also äußere Kräfte, dadurch wachgerufen werden können.

§ 59. Während aber bei der fortschreitenden Bewegung innere Kräfte (Bewegungen der Körperteile gegen einander) die Geschwindigkeit des ganzen Körpers gar nicht ändern können, so wird durch jede Teilbewegung, welche eine Änderung des Trägheitsmomentes zur Folge hat, auch ohne das Eingreifen irgend welcher äußeren Kräfte die Geschwindigkeit der Drehung geändert. Ein einfacher Apparat (Fig. 31) soll uns dies zeigen. Auf einem Stabe oder Draht BA sind 2 Gewichte, m und m′, leicht verschiebbar angebracht und können durch einen Doppelfaden m CO nahe an C herangezogen werden. Der Apparat ist oberhalb seines Schwerpunktes C an einem ziemlich langen (schwach aufgedrillten) Faden aufgehängt. Diese Aufhängung hebt zwar die Wirkung der Schwere auf, hindert aber eine Drehung in wagerechter Ebene nur sehr wenig, so daß in Beziehung auf diese Drehung der Körper sich nahezu wie ein frei schwebender verhält. Erteilen wir nun dem Apparat mit der Hand eine Drehung, vermöge deren er sich einige Zeit mit ziemlich gleichmäßiger Geschwindigkeit dreht (die Gewichte m und m′ sind durch die Zentrifugalkraft an die Enden A und B des Stabes getrieben), so wächst die Winkelgeschwindigkeit außerordentlich stark, wenn wir durch Abwärtsziehen des Fadens bei O die Gewichte dem Schwerpunkte C nähern; sie verlangsamt sich wieder und kehrt zur ursprünglichen Geschwindigkeit zurück, wenn wir den Faden bei O frei geben, und die Zentrifugalkraft die Massen m und m′ an die Punkte A und B zurückführt. Eine ähnliche, den Unkundigen sehr überraschende Beobachtung können wir an uns selbst machen, wenn wir mit beiden Händen einen Schaukelring erfassen, dessen Tau vorher stark aufgedrillt wurde. Das Tau drillt sich los, und unser an ihm hängender Körper wird mit in Drehung (um die Längenaxe) versetzt.

Sobald man dann ein Seitgrätschen mit den Beinen ausführt, wird die Drehung erheblich verlangsamt; sobald man die Beine schließt, wieder stark beschleunigt. (Hält man bei dieser Übung den Körper nicht recht gerade, oder führt man das Grätschen nicht recht gleichmäßig aus, so kann eine Nebenerscheinung eintreten, derentwegen ich § 77 zu vergleichen bitte.)

§ 60. Beispiele für die Beschleunigung der Drehung (Winkelgeschwindigkeit) um die Breitenaxe durch Verkürzung unseres Körpers bietet der Turnplatz bei vielen Wellen und Umschwüngen am Reck; doch tritt diese Erscheinung dort selten allein und daher weniger klar erkennbar auf. Deutlicher und durch keine Nebenerscheinung getrübt sehen wir diese Wirkung der Körperverkürzung bei einem guten freien Überschlag (salto mortale) in der Luft. Wer hat sich nicht schon darüber gefreut, wenn im Zirkus ein guter Springer mit ganz gestrecktem Körper wie zu einem hohen Hechtsprunge mit ganz schwacher Drehung vom Schwungbrette auffliegt, sich dann plötzlich kurz zusammenzieht und sich überschlägt, um sich im nächsten Augenblicke auch schon wieder zu strecken und mit langsamer weiterer Drehung zum sicheren Stande zu kommen.

Die gewöhnliche Anschauungs- und Sprechweise, man gäbe sich in der Luft einen Ruck und infolgedessen überschlüge man sich, ist falsch. Gäbe sich der Springer nicht schon beim Aufsprunge vom Brette eine Drehung, durch einen Ruck seines Körpers bekäme er sie in der Luft nicht; wohl aber kann er die vorhandene schwache Drehung erheblich beschleunigen durch die ruckweise erfolgende Zusammenziehung des Körpers.

§ 61. Auch bei einer Annäherung des Schwerpunktes an die Axe (oder der Axe an den Schwerpunkt) vermindert sich das Trägheitsmoment, und beschleunigt sich eine vorhandene Drehung, während sie sich verlangsamt bei einer Schwerpunktsentfernung.

Ein Apparat (**Fig. 32**), von dessen senkrechter Axe AB sich ein auf horizontalem Arme gleitendes Gewicht m durch Zentrifugalkraft entfernen kann, wenn man den Faden während schneller Drehung löst (abbrennt), zeigt sehr deutlich die Verlangsamung der Drehung während der Entfernung des Schwerpunktes der Masse m von der Axe.

Ebenso deutlich zeigt ein an einem Faden herumgeschwungener Körper die Winkelbeschleunigung (nicht lineare Beschleunigung), wenn sich der Faden dabei auf die Axe aufwickelt.

Auch bei fast allen Umschwüngen am Reck tritt eine nicht unerhebliche relative Beschleunigung der Drehung (Abkürzung der Umdrehungszeit) während der zweiten Hälfte des Umschwunges, also während der Aufwärtsbewegung, zu Tage. Diese ist bisweilen die Folge einer Körperverkürzung (Kniehangumschwung und ähnliche Übungen) und wohl immer die Folge einer Schwerpunktsannäherung an die Stange.

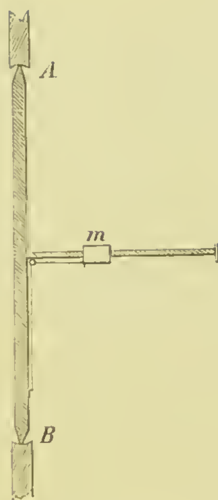


Fig. 32.

Wellen und Umschwünge.

§ 62. a. Wird ein starrer Körper um eine feste Axe von beliebiger Richtung in Drehung versetzt, so behält er diese Drehung bei, (soweit nicht die Reibung sie ihm mindert,) mag diese Axe durch den Schwerpunkt gehen oder nicht. Könnten wir jede Reibung (an der Axe und an der Luft) vermeiden, so würde sich z. B. ein Stab um eine nahe an seinem Ende quer hindurchgelegte wagerechte Axe beständig weiterdrehen und durch den höchsten Punkt (ebenso durch jeden andern Punkt seiner Bahn) jedesmal wieder mit der Geschwindigkeit des ersten Umschwunges hindurchgehen.

b. Könnten wir bei unsern Turnübungen die Reibung vermeiden, so brauchten wir bei Wellen und Umschwüngen nur für sichere Fixierung der Körperhaltung gegen die Reckstange zu sorgen und würden aus der labilen Gleichgewichtslage umkippend infolge der Trägheit auf der andern Seite der Stange hinauf wieder bis zur Gleichgewichtslage kommen. Es würde das Trägheitsmoment immer dasselbe bleiben, und die Schwere, welche den Schwung gab, würde ihn auch genau wieder aufheben, da auf der einen wie auf der andern Seite in je zwei symmetrischen Punkten die Bedingungen für die Schwungverstärkung und die Schwunghemmung ganz die nämlichen sein würden.

c. Nun ist aber die Reibung nicht nur nicht ganz zu vermeiden, sondern sogar sehr groß, und der Schwung wird durch dieselbe so gemindert, daß er nicht mehr ausreicht, den Schwerpunkt bis zur früheren Höhe hinaufzuheben. Da liegt nun die Frage nahe, ob etwa die Beschleunigung, welche durch die Schwerpunktsannäherung bedingt ist, als Ersatz für den durch die Reibung verursachten Verlust an Geschwindigkeit eintritt. Dieses ist aber thatsächlich nicht der Fall, wie im folgenden näher gezeigt werden soll, sondern die Beschleunigung ist nur eine begleitende Erscheinung.

§ 63. Die Bahn, welche der Schwerpunkt unseres Körpers bei Wellen und Umschwüngen am festen Reck beschreibt, hat fast immer die-

selbe Form. Zum Beginne der Übung wird der Schwerpunkt um ein erhebliches Stück gehoben und dabei nach vorn oder zurück verlegt, bewegt sich dann etwa bis zum tiefsten Punkte der Bahn, unter Beibehaltung seines Abstandes von der Reckstange, wird dann aber während der Aufwärtsbewegung stark an die Stange herangezogen, wie dies die Figuren 34 und 35 erkennen lassen.

Bewegt sich ein starrer Körper so, daß sein Schwerpunkt eine ähnliche Bahn, etwa die in **Fig. 33** dargestellte Bahn beschreibt, bei der er sich abwärts auf dem Halbkreise ACB, aufwärts aber auf einem flacheren Bogen AC'B bewegt; so kommt der Körper im höchsten Punkte A dennoch mit der Anfangsgeschwindigkeit in dem Falle wieder an, wenn die Kraft, welche den Schwerpunkt auf seiner Bahn erhält, immer senkrecht zur Bahn gerichtet ist. Letzteres ist bei festen Bahnen der Fall. Würde also z. B. eine Kugel in einer Rinne von der Form ACBC'A (**Fig. 33**) rollen, oder würde sich ein Stab um eine Axe M drehen, an welcher er gleiten kann, während durch seinen Schwerpunkt eine Axe mit Rädchen geht, die an Schienen von der Form ACBC'A (**Fig. 33**) rollen, oder würde ein Körper abwärts an einem in M befestigten Faden oder Stab, aufwärts aber an einem in M' befestigten Faden oder Stab schwingen; so wäre jene Bedingung erfüllt, und es würde der Körper seine Umschwünge immer wieder mit derselben Geschwindigkeit beginnen, und durch zwei gleich hohe Punkte seiner Bahn immer mit derselben Geschwindigkeit hindurchgehen (abgesehen natürlich von dem Geschwindigkeitsverlust, den die Reibung bedingt). Dabei würde aber das Abwärtsschwingen länger dauern, als das Aufwärtsschwingen.

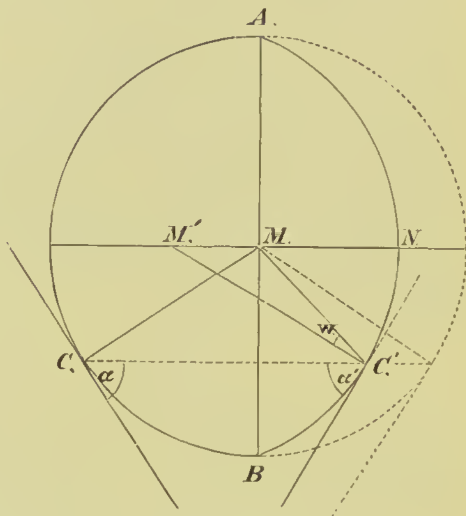


Fig. 33.

Auch umgekehrt würde der Körper sich abwärts auf der Bahn AC'B (in kürzerer Zeit) und aufwärts auf der Bahn ACB (in längerer Zeit) gerade so gut bewegen können, wie auf kreisförmiger Bahn, wenn nur die Kraft, welche dem Schwerpunkte die Bahn anweist, immer senkrecht zu dieser Bahn gerichtet wäre, also weder hemmend noch vorwärtstreibend wirkte.

§ 64. Letztere Bedingung ist aber bei Wellen und Umschwüngen am Reck nicht erfüllt. Die Hände haben vielmehr festen Griff an der Reckstange, die wir uns in M (**Fig. 33**) denken wollen, und die Annäherung (oder Entfernung) des Schwerpunktes an die Stange geschieht daher durch einen Zug (oder Druck) der Arme, welcher, wenn sich der Schwerpunkt in dem Punkte C' befindet, die Richtung C'M hat, nicht aber die zur Bahn senkrechte Richtung C'M'.*) Es läßt sich aber (nach § 16) eine

*) Während wir bei langsamer Bewegung aus dem ruhigen Hange am Reck durch Zug oder Druck der Arme den Schwerpunkt nur in der Richtung auf die Stange zu (oder doch nur mit ganz geringer Abweichung von dieser Richtung) oder von ihr fort bewegen

Kraft K in der Richtung C'M zerlegt denken in zwei Kräfte, eine zur Bahnrichtung senkrechte, in der Richtung C'M' wirkende (von der Größe K. cos. w, wenn wir mit w den Winkel M'C'M bezeichnen), und eine in Richtung der Bahn wirkende (von der Größe K. sin. w). Erstere wird nur dazu verwandt, den Schwerpunkt auf seiner Bahn zu erhalten, letztere zieht den Schwerpunkt auf seiner Bahn vorwärts. Da die Richtung dieser letzteren Kraftkomponente in der untern Hälfte BN des aufsteigenden Teiles der Bahn aufwärts und in der obern Hälfte NA abwärts gerichtet ist, die Kraft aber in der untern Hälfte eine ziehende und in der obern Hälfte eine schiebende ist; so treibt diese Kraftkomponente den Schwerpunkt während der ganzen Zeit der Aufwärtsbewegung in seiner Bahn aufwärts, also vorwärts, und diese Kraftkomponente ist es, welche Ersatz bietet für den Verlust, welchen der Schwung durch die Reibung erleidet.

Da diese Kraftkomponente um so größer ist, je größer der Winkel w ist, und dieser seinerseits um so größer ist, je kleiner der Schwerpunktsabstand ist, so bringt eine gleiche Verringerung dieses Abstandes bei denjenigen Übungen den größesten Vorteil, bei welchen der Schwerpunkt der Stange am nächsten bleibt. Wir wenden daher hauptsächlich dieses Mittel bei den Felgen, (Knie-)Wellen, Sitzwellen, Speichen u. dergl. Übungen an, während z. B. bei den Riesenfelgen eine nur mäßige Annäherung wenig Vorteil bietet, dagegen nachher ein sehr anstrengendes Armstrecken erfordert.

§ 65. Sehen wir uns daraufhin einige Übungen des Turnplatzes an.

a. Kniehangwelle. Bei dem Kniehangumschwunge wie der Kniehangwelle wirft der Übende sich möglichst weit und schnell zurück, etwa in die Lage der **Fig. 34** a., in welcher Körperhaltung er bis zum tiefsten

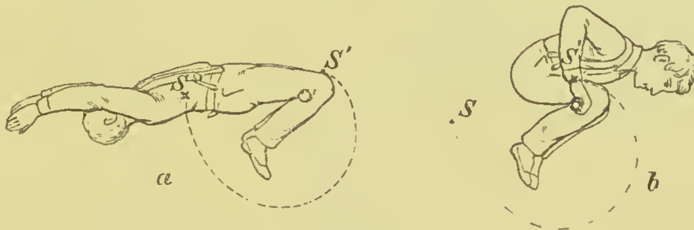


Fig. 34.

Punkte abwärts schwingt. In diesem Augenblick beginnt die beim Anfänger stärkere, beim Geübten schwächere Zusammenziehung des Körpers zu der Form b. **Fig. 34.**

Durch diese Körperverkürzung und die in ihr liegende Schwerpunktsannäherung an die Axe wird aber auch der Schwerpunkt gehoben, bez. auf seiner Bahn vorwärts gezogen. Oben hebt man durch rechtzeitiges

können (Ausnahmen s. § 81); so können wir bei Schwungübungen auf den Schwerpunkt während seines Schwungfliegens einen Druck oder Zug in beliebiger anderer Richtung ausüben, wie dies genauer in den beiden folgenden Abschnitten IV und V erörtert wird.

So können z. B. beim Riesen- oder Längssprung über das Pferd die stützenden Arme den Körper vorwärts ziehen, ähnlich auch beim Felgüberschwunge die Arme den Schwerpunkt direkt in der Richtung seiner Bahn fortschieben.

Gleichwohl nehmen wir auch hier zunächst nur an, daß der auf den Schwerpunkt ausgeübte Zug die Richtung auf die Stange zu habe, wie es z. B. zweifellos bei der Sohlenstandwelle, der Riesenfelge und einigen andern der Fall ist, während der Zug bei manchen andern Umschwüngen, z. B. der Felge und ähnlichen, noch günstigere Richtung haben wird.

Strecken des Körpers die Drehung wieder auf und gelangt so zu ruhigem Sitz.

b. Sitzwelle. Bei dieser Übung heben wir anfangs durch Armstrecken den Schwerpunkt so hoch wie möglich, lassen uns in dieser Haltung, also mit gestreckten Armen, bis zum tiefsten Punkte abwärts fallen und gelangen dann mit (mehr oder weniger starkem) Armbeugen (und Kniebeugen) wieder zum Sitz hinauf.

Anfängern gelingt die Sitzwelle gewöhnlich deshalb nicht, weil diese bei der Abwärtsbewegung die Arme beugen, unten dagegen strecken, wodurch die erhaltene matte Drehung fast ganz verloren geht. Sie lernen die Übung leicht, sobald sie sich entschließen können, mit energischem Schwunge (bis zur Armstreckung und mit starker Hebung des Kopfes) sich hintenüber (vornüber) zu werfen.

c. Sohlenstandwelle, Ristwelle. Sehr deutlich tritt die Schwerpunktsentfernung durch Kniestreckung während der Abwärtsbewegung, die Annäherung durch Beugung während der Aufwärtsbewegung bei der Sohlenstandwelle hervor. Ähnlich ist es auch bei der Ristwelle, bei welcher die Schwerpunktsentfernung durch stärkeres Beugen im Hüftgelenke erzielt wird.

d. Bei der Felge vorlings rückwärts werfen wir durch kräftiges Hurten den Körper in die Lage a der Fig. 35, so daß der Schwerpunkt in α, also weitab schräg über der Reckstange liegt, bringen ihn bei der späteren Aufwärtsbewegung der Stange näher (Fig. 35 b.) und heben ihn

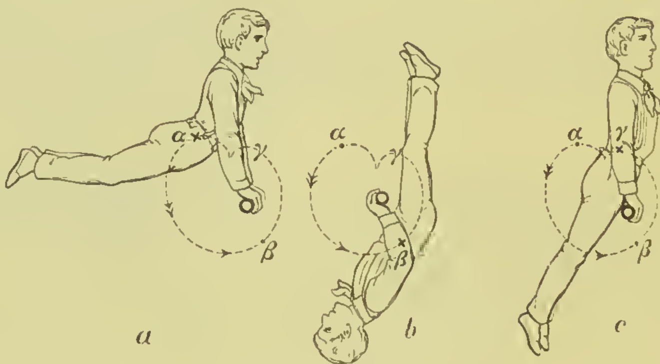


Fig. 35.*)

oben (Fig. 35 c.), wodurch der in der zweiten Hälfte der Übung durch die Schwere bereits geminderte Schwung ganz vernichtet wird. Bei dieser Felge, und mehr noch bei dem Felgüberschwunge, erhält der Schwerpunkt außerdem noch einen Druck, der nicht auf die Stange zu, sondern in der Richtung seiner Bahn erfolgt. Vergl. dazu die Anmerkung im § 64.

e. Bei der Kreuzfelge (Felge rücklings vorwärts im Knickstütz) und der leichtesten Form der Speiche, derjenigen rücklings vorwärts (Armwelle vorw.) bleibt auch anfangs der Rücken meistens fest an der Stange. Das Vorheben der Beine beim Schwungholen aber entfernt doch den Schwerpunkt von derselben. Das nachher erfolgende Zurücknehmen der Beine mit Durchbiegen des Kreuzes verlegt ihn näher an die Stange. Anfänger führen mit demselben Erfolge oft ein Kniebeugen aus. Natürlich wird auch bei beiden Übungen der Schwung der Beine (cf. § 58) auf den

*) Der Punkt γ in den Figuren 35 a., b. und c. sollte etwas tiefer liegen.

ganzen Körper übertragen; mehr noch ist letzteres bei der entsprechenden Speiche rückwärts, etwas auch, besonders bei Anfängern, bei der gewöhnlichen Felge vorlings rückwärts der Fall.

f. Bei der Welle (Griff an der Stange) treten uns ebenfalls diese beiden Mittel des Schwunggebens entgegen, das Schwingen mit dem freien Beine sowohl, als auch das Ab- und Zurückwerfen des Oberkörpers im Anfange und das Heranziehen in der zweiten Hälfte des Umschwunges.

g. Bei der Kniewelle (Umfassen des Unterschenkels) scheint nur das Beinschwingen den Schwung zu geben, doch wird eben hierdurch (wie bei e.) auch die Schwerpunktsverschiebung erreicht.

§ 66. a. Soll eine der Wellen fortgesetzt geübt werden, so müssen wir den Schwerpunkt nach jedem Umschwunge von neuem heben und während des Abwärtsschwingens von der Stange entfernt halten. Bei manchen Wellen werden wir uns dessen leicht bewußt, besonders, wenn durch Armstreckung (und Hintenüberwerfen) der ganze Körper gehoben und abgeworfen wird, wie bei der Sitzwelle, Welle u. dergl., weniger leicht, wenn durch Bewegungen der Körperteile, besonders der Beine, der Schwerpunkt gehoben wird, wie bei der Speiche und ähnlichen Übungen.

Bei manchen Wellen und Umschwüngen wird die beschriebene Schwerpunktsverschiebung hauptsächlich durch seitliche oder vor- und rückwärts ausgeführte Bewegungen des ganzen Körpers oder der Körpermitte bewirkt, wie z. B. bei der freien Welle, d. h. derjenigen ohne Berührung der Stange mit den Schenkeln, bei der freien Sitzwelle und der Felge rücklings mit Vorhebhalte der Beine, bei der Felge rücklings im Streckstütz und ähnlichen Übungen am festen Reck, auch wohl bei der Mühle seitwärts, vorwärts oder rückwärts.

b. Aufschwünge. Bei dem Felg-, Well-, Mühl- und Sitzwellaufschwunge und mehr noch bei dem Riesenfelgaufschwunge und dem sogenannten halben Riesenumschwunge muß die Annäherung an die Stange und das darin liegende Vorwärtsziehen des Schwerpunktes auf seiner Bahn natürlich noch stärker sein, als bei den entsprechenden Umschwüngen, weil die schwächere Drehung der Pendelschwingungen des Körpers bis zum Hinaufkommen des Schwerpunktes bis über die Stange verstärkt werden muß.

Bei einem langsamen Felgaufzuge, oder dem Aufschwunge am Schaukelreck liegt die Sache etwas anders, da kommt wesentlich nur das Heben in gerader Linie (vgl. § 40) in Frage.

c. Alle genannten Wellen sehen um so besser und leichter aus, je mehr der Turner imstande ist, sie nur durch Schwerpunktsverschiebung und ohne jeden Teilschwung einzelner Glieder auszuführen; und hauptsächlich durch das Vorherrschen des einen oder des andern Mittels unterscheiden sich gut und schlecht ausgeführte Wellen, Felgen u. s. w. Die Annäherung des Schwerpunktes an die Stange ist aber oft nicht leicht, besonders wenn sie nur durch den Druck der Arme (Felge mit gestrecktem Kreuz) ausgeführt werden soll, da im tiefsten Punkte seiner Bahn der Schwerpunkt nicht nur durch die Schwere von der Stange abgezogen wird, sondern zugleich auch durch die Zentrifugalkraft.

d. Bei der Riesenfelge mit Drehung rückwärts (um die Breitenaxe), derjenigen mit Aufgriff, findet eine Annäherung des Schwerpunktes an die Reckstange während der Aufwärtsbewegung nicht oder in nur geringem Grade (durch Hohlmachen des Kreuzes) statt, ein direktes Vorwärtsschieben des Schwerpunktes auf seiner Bahn vermittelst der Arme, wie wir es beim Felgüberschwunge kennen, ist hier unmöglich; es

bleibt daher zur Schwungverstärkung nur ein Mittel übrig, und zwar dasjenige, welches auch beim gewöhnlichen Schwingen benutzt wird, auf das im § 86 näher eingegangen wird.

Die Riesenfelge vorwärts, mit Untergriff, läßt sich ebenfalls mit kaum merklicher Schwerpunktsannäherung an die Stange ausführen; meistens jedoch nimmt man bei derselben während der durch das „Schwungstemmen" vermittelten Bewegung aufwärts eine starke Beugung im Schultergelenk und eine dadurch bedingte merkliche Schwerpunktsannäherung wahr.

§ 67. a. Von Übungen des Schaukelns an den Schaukelringen will ich zwei recht bekannte erwähnen, welche häufig zur Verstärkung des Schaukelschwunges benutzt werden.

1) Bei jedem Rückschaukeln, u. zwar kurz vor der Vollendung des Schwunges, werden aus dem gewöhnlichen Streckhange die Beine übergehoben zum Abhange (Liegehange) mit gebeugten Hüftgelenken; nahe vor der Vollendung des Vorschaukelns wird dann der Körper aufwärts gestreckt, um bei und nach der Vollendung des Schwunges umzuschlagen zum ersten Streckhange.

2) Beim Schaukeln im Abhange (Liegehange) mit gebeugten Hüftgelenken, also übergehobenen Beinen, werden diese bei jeder Bewegung aufwärts, also in der zweiten Hälfte, sowohl des Vorschaukelns, als des Rückschaukelns, aufwärts gestreckt (also der Schwerpunkt gehoben), vor jeder Bewegung abwärts dagegen wieder gebeugt, und zwar für die Dauer der ersten Hälfte jedes Schwunges.

Auch hier ist es nicht die relative Beschleunigung der Drehung durch Annäherung des Schwerpunktes an die Axe (die Haken), also infolge verminderten Trägheitsmomentes, welche den Körper höher und höher schwingen läßt; sondern der Umstand, daß der Zug der Seile nicht senkrecht zur Schwerpunktsbahn gerichtet bleibt, was sich aus den folgenden Betrachtungen ergiebt.

b. Läßt man ein Pendel an einem Gestell nach der einen Seite hin mit ganzer Fadenlänge AD (**Fig. 36**) schwingen, verkürzt aber den

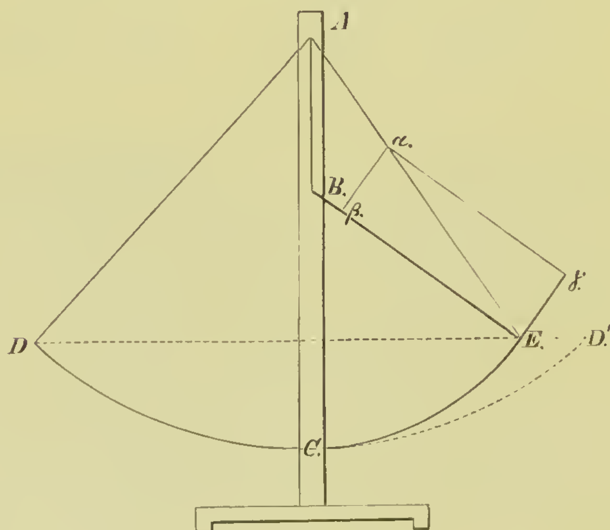


Fig. 36.

Faden beim Ausschlage nach der andern Seite durch einen bei B befestigten Stift, so durcheilt die Pendelkugel den Bogen CE, sowohl beim Aufwärts-, wie beim Abwärtsschwingen, in viel kürzerer Zeit als den Bogen CD; dieselbe erreicht aber auf beiden Seiten (abgesehen vom Reibungsverlust) immer die gleiche Höhe. Nach § 18 ist ja die Endgeschwindigkeit beim Falle eines Körpers auf beliebiger gerader oder krummer Bahn nur durch die Fallhöhe bedingt, und ebenso wieder durch diese Geschwindigkeit (nicht etwa durch die Form der Bahn) die Steighöhe. Bedingung aber ist hierbei, daß die Kraft, welche dem Schwerpunkte seine Bahn anweist, zu dieser Bahn senkrecht gerichtet ist. Dieses ist aber bei jenen Übungen an den Schaukelringen nicht der Fall. Die Kraft ist hier durch die Festigkeit der Seile und Haken und unsere Muskelkraft ersetzt und wirkt in der Richtung der Seile, also in der Richtung EA (Fig. 36), wenn durch Hebung des Schwerpunktes während der Aufwärtsbewegung diesem die Bahn CE angewiesen wird. Die Kraft bildet also im Punkte E mit der zur Bahn senkrechten Richtung EB den Winkel AEB, den wir w nennen wollen. Dann läßt sich auch hier die Kraft ($E\alpha = k$) in zwei Komponenten zerlegen, eine die Bahn bedingende ($E\beta = E\alpha \cdot \cos AEB = k \cdot \cos w$) und eine den Schwerpunkt vorwärts treibende Kraft ($E\gamma = k \cdot \sin w$), welche letztere allein die Schwungverstärkung bewirkt.

Ebenso wird der Schwung verstärkt, wenn man während eines Schaukelschwunges den Körper aus dem Streckhange zum Beugehange hinaufzieht; dagegen gedämpft, wenn man ihn umgekehrt während des Schaukelschwunges aus dem Beugehange zum Streckhange sinken läßt.

Vierte Abteilung.

(§ 68–79.)

Exzentrischer Stoß. Sprünge mit Drehung um die Breiten- oder Tiefen-Axe. Drehung um freie Axen. Sprünge und vermischte Übungen mit Drehungen.

Stoß. Exzentrischer Stoß.

§ 68. Trifft ein in Bewegung befindlicher Körper plötzlich auf einen andern (ruhenden oder sich bewegenden) Körper, so erfolgt ein Stoß. Die nächste Folge des Stoßes ist eine Abplattung beider Körper, die um so stärker ist, je weicher die Körper sind, und je größer die Masse der Körper und die Geschwindigkeit ihrer Annäherung ist.

Zeigen die bei der Abplattung verschobenen Teilchen das Bestreben, mit großer Kraft in ihre alte Lage zurückzukehren, so nennt man den Körper elastisch; bleiben die Teilchen in der neuen Lage, so nennt man ihn unelastisch. Vollkommen elastische Körper giebt es so wenig, wie vollkommen unelastische; es giebt vielmehr nur stark elastische, z. B. gute Stahlfedern, Elfenbein, Kautschuck u. dergl., fast vollkommen unelastische, wie Blei, Thon u. dergl., und solche mit mäßig starker Elastizität in allen Zwischenstufen.

Eine senkrechte Linie auf den sich berührenden abgeplatteten Flächen im ersten Berührungspunkte heißt die Stoßrichtung. Ist die Bewegungsrichtung eines Körpers der Stoßrichtung parallel, so ist sein Stoß gerade, andernfalls schief; fällt die Verbindungslinie des Schwerpunktes und Berührungspunktes mit der Stoßrichtung zusammen, so heißt der Stoß zentral, andernfalls exzentrisch.

§ 69. Die Gesetze des zentralen Stoßes für vollkommen unelastische und für vollkommen elastische Körper sind gut bekannt und einfach, und Versuche an nahezu unelastischen und nahezu elastischen Körpern bestätigen die Richtigkeit jener Gesetze, die jedes Lehrbuch der Physik enthält, die aber für uns Turner weniger von Bedeutung sind.

Sehr kompliziert dagegen sind die Gesetze über den exzentrischen Stoß, der außer fortschreitender Bewegung auch eine Drehung hervorbringt.

Selbst größere Lehrbücher der Physik behandeln diesen Fall nicht. „Will man die Drehung mit in Betracht ziehen, so wird die Frage äußerst schwierig, sie gehört mit zu den kompliziertesten der analytischen Mechanik", schreibt Wüllner in seinem großen Werke und beschränkt sich auf den zentralen Stoß. Und doch müssen wir bei einer physikalischen Betrachtung des Turnens darauf eingehen, denn jeder Sprung mit Drehung, ja auch die meisten Sprünge ohne Drehung (d. h. mit sehr geringer Drehung), die meisten Übersprünge u. s. w. kommen nur durch exzentrischen Stoß zustande.

Gehört nun auch eine genaue mathematische Behandlung dieses Kapitels zu den schwierigsten der ganzen Physik, so können wir zu annähernd richtigen Resultaten und zu einem für uns Turnlehrer genügenden Verständnis der Wirkung eines exzentrischen Stoßes doch auch ohne komplizierte Rechnungen durch einige einfache Betrachtungen gelangen.

§ 70. Eine Kraft, welche im Schwerpunkte eines Körpers angreift, erteilt diesem nur eine fortschreitende Bewegung; eine Kraft, welche einen Körper treibt und nicht im Schwerpunkte angreift, bringt außer einer fortschreitenden Bewegung auch eine Drehung hervor. Ebenso hat ein zentraler Stoß nur eine Verschiebung, ein exzentrischer Stoß dagegen außerdem eine Drehung zur Folge.

Wird ein Stab MN (Fig. 37) durch einen in der Richtung AB auf den Schwerpunkt S zu geführten Schlag getroffen, so fliegt er mit einer bestimmten Geschwindigkeit SB in der Richtung AB fort. Wird der Stab mit derselben Kraft im Punkte F in paralleler Richtung GF geschlagen, so fliegt er erstens in derselben Richtung fort, d. h. sein Schwerpunkt S in der Richtung SB, zweitens aber bekommt der Stab eine Drehung (links herum) im Sinne der gezeichneten Pfeile.

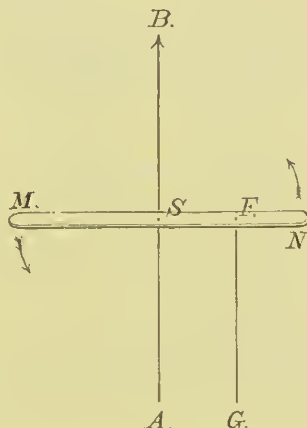


Fig. 37.

Jeder Schlag gegen einen Stab bringt außer jenen zwei Bewegungen der ganzen Masse auch Schwingungen, d. h. zitternde Bewegungen der einzelnen Teilchen gegen einander, hervor, zu deren Erzeugung ein Teil der Kraft verbraucht wird. Sehen wir von diesem Teile ab und fassen nur den wirklich zur Hervorbringung jener beiden Bewegungen verbrauchten Rest ins Auge, so ergeben sich für dieselben folgende zwei Gesetze: 1) Die fortschreitende Bewegung des ganzen Stabes (also seines Schwerpunktes) ist bei dem exzentrischen Stoße eben so groß, wie bei zentralem Stoße. 2) Die Drehung ist so groß, als ob während des Stoßes durch den Schwerpunkt eine feste Axe gelegt wäre.

Die Stärke der Drehung hängt also von der Stärke des Stoßes ab und von der Größe des senkrechten Abstandes des Schwerpunktes von der Stoßrichtung (also des Armes des drehenden Kräftepaares, Stoß und Trägheit, welche letztere im Schwerpunkte angreifend gedacht werden kann). Die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung dagegen nur von der Stärke des Stoßes.

Jeder Stoß (Druck) gegen irgend einen Teil unseres Körpers, z. B. die Hände oder Füße, wirkt also zugleich wie ein Stoß gegen den Schwerpunkt.

§ 71. Gegen die Richtigkeit obiger 2 Gesetze scheinen einige bekannte Thatsachen zu sprechen. Eine Münze fliegt weniger weit, wenn sie mit dem Finger am Rande „geknipst" wird, als wenn sie in der Mitte getroffen wird. Ein mit dem Schlagholz gestreifter Ball fliegt weniger weit, als der voll getroffene; die mit viel „Effet" gestoßene Billardkugel rollt weniger weit, als die zentral getroffene. Hierbei ist aber zu bemerken, daß von der Kraft des schnellenden Fingers dem schnell ausweichenden Rande des Geldstückes nur ein kleiner Bruchteil wirklich mitgeteilt wird, und daß die Reibung der sich drehenden Münze am Tische die Bewegung stark hemmt. Bei größeren Münzen ist es im Finger sehr deutlich zu

fühlen, wie viel mehr Kraft gebraucht wird, die Münze beim Treffen in der Mitte fortzuschnellen. Beim Ballschlagen fühlt man es bis in den Arm hinauf, wenn ein nicht zu leichter Ball voll getroffen ist, und das Schlagholz hat seine Geschwindigkeit fast ganz verloren, während dieses beim Streifen des Balles mit fast vollem Schwunge weiterfliegt.

Hängt man zur genaueren Prüfung des Gesagten eine Kugel und einen Stab, einander grade berührend, als Pendel auf und läßt die Kugel aus immer gleicher Höhe, also mit immer gleicher lebendiger Kraft (vgl. § 97), gegen den Stab fallen, zentral und exzentrisch treffend: so läßt sich aus dem Ausschlage, den die Kugel nach dem Stoße noch hat, der Teil der lebendigen Kraft berechnen, welcher der Kugel verbleibt und der, welcher auf den Stab übertragen wird, und aus dem Ausschlage des Stabes und seiner Drehung während einer Pendelschwingung läßt sich die lebendige Kraft berechnen, welche zur Hervorbringung der doppelten Bewegung verwandt ist. Solche Versuche, die allerdings an einiger Ungenauigkeit leiden, bestätigen die Richtigkeit der angegebenen Gesetze.

Sprünge mit Drehung um die Breiten- oder Tiefen-Axe.

§ 72. Wenn wir bei einem Absprunge (Aufsprunge) durch einfache Streckung der Beine in den Hüft-, Knie- und Fußgelenken*) dem Körper einen Stoß erteilen, so erfolgt dieser, da er zunächst das Becken, d. h. die Gelenkpfannen der Hüftgelenke trifft, nur dann zentral, wenn der Schwerpunkt sich gerade in der Verlängerung der Linie befindet, welche wir von der Fußspitze durch das Hüftgelenk legen können, bez. von der Mitte zwischen den Fußspitzen durch den Mittelpunkt der Verbindungslinie der beiden Hüftgelenke (Fig. 38 a.).

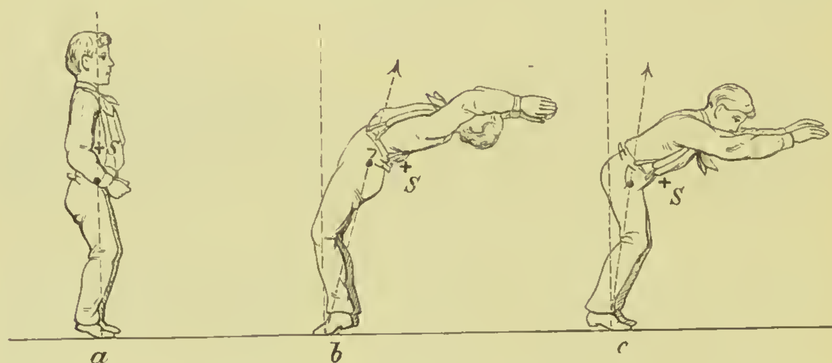


Fig. 38.

Liegt der Schwerpunkt S hinter dieser Linie (Fig. 38 b.), so bringt der Stoß eine Drehung rückwärts, liegt S vor dieser Linie (Fig. 38 c.), eine Drehung vorwärts hervor.

Ebenso ist es beim Stoß, auch beim Stütz der Arme. Nur wenn die Stoß- oder Druckrichtung, d. h. die Linie von den Händen durch die Schultergelenke, bez. die Linie in ihrer Mitte, durch den Schwerpunkt geht, ist der Stoß zentral. Exzentrisch ist er z. B. bei der Wende, Flanke und vielen andern Übungen des gemischten Sprunges, auf die wir im folgenden näher werden eingehen müssen, vornehmlich bei allen Sprüngen mit Drehung um die Breiten- oder die Tiefenaxe.

*) Über den Sprung vorwärts aus geradem Stande vergl. das in § 87 Gesagte.

§ 73. Wende, Flanke und Kehre am Pferde. Bei der Wende und Flanke wird der beim Anlaufe noch in fast senkrechter Stellung befindliche Körper durch den Aufsprung in wagerechte Lage (oder noch über diese hinaus) gebracht, um gleich nachher beim Niedersprunge wieder in die senkrechte Stellung zurückzukehren.

Es müssen also eine Drehung und Gegendrehung erfolgen.

Um erstere zu erreichen, lassen wir den Körper kurz vor dem Aufsprunge etwas nach der Seite hin überkippen (— auch dies ist schon eine Drehung im ersten Sinne —), wodurch der Abstoß der Füße nicht unerheblich exzentrisch wird (vergl. Fig. 39) und außer der Aufwärtsbewegung des Schwerpunktes auch eine kräftige Drehung um eine der Queraxen bewirkt.

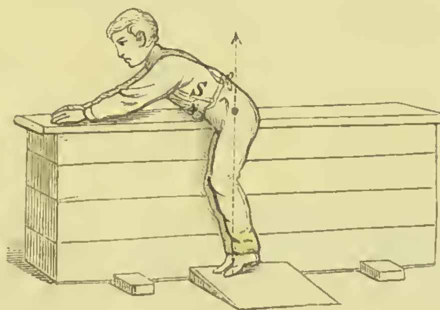


Fig. 39.

Beide Bewegungen werden nun aufgehoben und in die entgegengesetzten umgewandelt durch die Schwere und die auf der andern Seite des Schwerpunktes stützenden, die Schultern aufwärts drückenden Arme.

Bei der Kehre sind beide Drehungen ähnlich, doch schwächer als bei der Flanke und Wende, beschränken sich auch bisweilen auf die entsprechende Bewegung der Beine, während der Rumpf dann keinen oder doch nur geringen Anteil an der Bewegung nimmt. Auch ist der Druck der Beine beim Aufsprunge und ebenso nachher der Druck der Arme weniger stark exzentrisch als bei den vorigen Übungen.

§ 74. Riesensprung, Hechtsprung, Überschlag. Ganz Ähnliches wie bei der Wende während des Überspringens findet beim Längs- oder Riesensprunge*) am Pferde oder Kasten statt. Aus der Stellung, die der Körper im Anlaufe hatte, gelangen wir durch Drehung vornüber in die wagerechte Liegestützlage (Fig. 40) und aus dieser durch Rückwärtsdrehung wieder zum Stande in senkrechter Stellung. Die erste Drehung kann nur dann eintreten, wenn der Körper vor dem Aufsprunge genügend weit vornüber geneigt wurde und der Beinstoß exzentrisch erfolgte (— der Sprung mißlingt, wenn er in zu steiler Haltung ausgeführt wird —); die Gegendrehung wird durch den Druck der Arme erreicht.

Ungeübte Turner leiten die Gegendrehung mit einem starken Vorheben der Beine ein, geübte führen dieselbe mit ganz gestrecktem Körper allein durch den Druck der Arme aus.

Die stützenden Arme können außer der Drehung dem Körper auch eine Bewegung vorwärts erteilen; worauf im folgenden (§ 87) eingegangen wird.

Warum der Sprung oft schlecht aussieht, wenn schon auf das Kreuz des Pferdes gestützt wird, wie es von Anfängern ja gern geschieht, und weshalb diese dann zum Sitz auf dem Halse oder gar im Sattel kommen, anstatt zum Stande vor (hinter) dem Geräte, ist nach den vorigen Ausführungen leicht ersichtlich.

*) Über die Bahn, welche der Schwerpunkt bei derartigen Sprüngen durchläuft, über den Einfluß des Anlaufes, Absprunges und der Schwere ist oben in §§ 10 und 11 gesprochen. Die Bahn ist jedoch, wenn die Arme während des Sprunges stutzen, nicht die einfache Wurflinie, sondern erleidet durch diese aufwärts wirkende Kraft etwa in ihrer Mitte eine Ablenkung nach oben, wie es die punktierte Linie der Figur 40 andeutet.

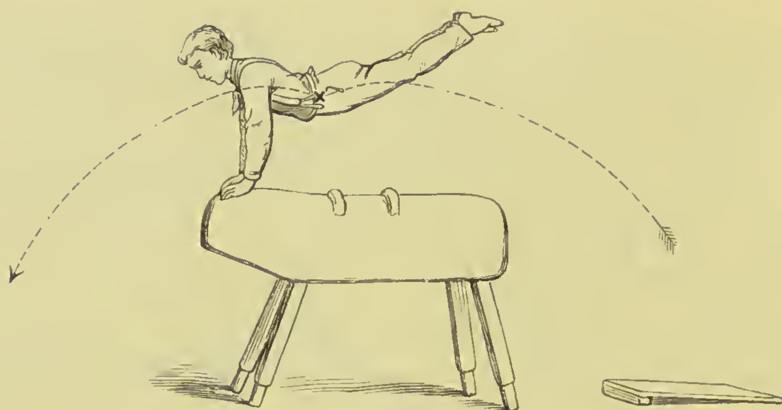


Fig. 40.

Beim Hechtsprunge wird der Aufsprung wie beim Riesensprunge ausgeführt, die Hände stützen jedoch so, daß ihre Druckrichtung weniger exzentrisch ist, vielmehr rückwärts verlängert etwa den Schwerpunkt trifft; thun auch meistens nichts zur Vorwärtsbewegung des Körpers auf seiner Bahn, sondern hemmen seine Bewegung.

Beim Überschlage über Pferd, Bock und Kasten nach einem Anlaufe muß die Druckrichtung der Arme unterhalb des Schwerpunktes, bez. hinter demselben vorbeigehen; außerdem muß der Aufsprung bei gut vorgeneigtem Körper kräftig und stark aufwärts erfolgen, um den Schwerpunkt bis zu der nötigen Höhe zu heben.

Von dem Überschlage aus dem Schwingen im Barren wird später die Rede sein.

Ein Überschlag auf dem Erdboden, das Handstehen und -gehen, das Radschlagen u. dergl. erfordern ebenfalls eine Drehung um die Breiten- oder Tiefenaxe. Diese pflegen wir durch ein kräftiges, schwunghaftes Vornüberwerfen des Körpers auf die Arme einzuleiten, zu dem wir durch Rückwärtsbeugen des Rumpfes und Hochheben der Arme ausholen, dann erfolgt ein stark exzentrischer Beinstoß, und beides bringt die nötige Drehung, letzterer die Schwerpunktshebung hervor.

§ 75. Sprung mit geschlossenen und mit spreizenden Beinen. Bei einem Sprunge an Ort ist zweifellos während des Aufsprunges der Schwerpunkt senkrecht über den Fußspitzen (Ballen), und die Richtung des Beinstoßes geht durch denselben. Ebensowenig unterliegt es einem Zweifel, daß vor einem Sprunge mit geschlossenen Füßen von Ort der Körper nach der Seite hin geneigt werden muß, nach welcher Richtung der Sprung ausgeführt werden soll, und daß der Stoß der Beine schräg aufwärts erfolgen muß; zweifelhaft könnte nur sein, ob dieser zentral oder exzentrisch erfolgt.

Bei einem guten Sprunge mit gleichen Füßen vorwärts (ohne Anlauf) hat der Körper während des Aufspringens etwa die Stellung b (**Fig. 41**), beim Niederspringen etwa die Stellung a. Während des Sprungfliegens muß also eine Drehung rückwärts erfolgen, um so größer, je weiter der Sprung ausgeführt wird. Eingeleitet wird diese Drehung durch ein Zurückwerfen des Oberkörpers aus dem Kreuz während des Aufspringens und einen Armschwung, ja bei weitem Sprunge holen wir gleichsam zu diesem Rückwärtswerfen aus, indem wir den Rumpf vorher vorbeugen und die Arme entsprechend rückwärts heben.

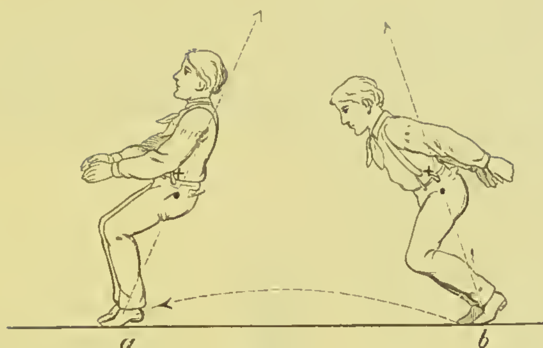


Fig. 41.

Ob nun außerdem noch ein exzentrischer Stoß hinzukommt, oder diese Rumpfdrehung genügt, wage ich nicht zu entscheiden; es mag auch verschieden ausgeführt werden können. Mich haben weder Beobachtungen an Springenden, noch das Gefühl beim eigenen Üben zu einer Entscheidung dieser Frage kommen lassen.

Wird beim Springen ein Bein vorgeschwungen, wie z. B. beim Sprunge mit Spreizen vorwärts, so enthält auch diese Bewegung eine Rückwärtsdrehung, und da diese Teilbewegung dann dem ganzen Körper zu gute kommt (vgl. § 58), macht sie den Sprung zu einem leichteren und bequemeren. Noch mehr tritt letzteres hervor bei den Sprüngen mit Anlauf. Bei dem gewöhnlichen Freisprunge über die Schnur ist im Augenblicke des Absprunges zu wenig Zeit zu einem kräftigen Rückwärtsbeugen des Rumpfes, und wir benutzen daher gern den Beinschwung des freien Beines, der bei dem plötzlichen Hohlmachen des Kreuzes in der Luft auf den Oberkörper übertragen wird. Wie stark die Anstrengung im Kreuz ohne diese Beinschwunghülfe ist, weiß jeder, der einen ordentlichen Weitsprung mit gleichzeitigem Absprunge beider Füße vom Brett mit Anlauf geübt hat.

Drehung um freie Axen.

§ 76. Wenn wir einen Stab an einem Ende erfassen und fortschlendern, so dreht er sich in der Luft um eine Axe, die durch seinen Schwerpunkt geht, nicht um diejenige durch Hand oder Schulter, um welche er im Augenblicke des Abwerfens sich drehte.

Ein frei schwebender oder fliegender Körper dreht sich niemals um Axen, die nicht durch seinen Schwerpunkt gehen; nur durch den Schwerpunkt gehende Axen können freie Axen sein.

Gleichwohl sind nicht alle durch den Schwerpunkt gehenden Axen frei, und nicht um jede solche Axe kann sich ein frei schwebender Körper drehen, denn nicht für jede durch den Schwerpunkt gehende Axe heben die aus der Drehung sich ergebenden Zentrifugalkräfte sich gegenseitig auf. Nicht dann nämlich ist schon eine Axe frei, wenn keine äußeren Kräfte auf sie einwirken, sondern nur dann, wenn auch keine inneren Kräfte sie beeinflussen.

Dies ist aber nur für diejenigen durch den Schwerpunkt gehenden Axen der Fall, für welche das Trägheitsmoment ein Maximum oder Minimum ist. Diese Axen nennt man Hauptaxen der Drehung. Bei

allen Rotationskörpern (d. h. durch Rotation entstehenden Körpern, z. B. Drechslerarbeiten u. dergl.) ist die Rotationsaxe (Symmetrieaxe) eine Hauptaxe der Drehung (Fig. 42 a.).

Dreht sich ein Körper um eine andere, beliebige, durch den Schwerpunkt gehende, unfreie Axe, wie z. B. in Fig. 42 c., so dreht das aus der Zentrifugalkraft sich ergebende Kräftepaar die Symmetrie- oder Rotationsaxe zur Stellung b Fig. 42. Dreht sich der Körper dagegen um eine der Hauptaxen Fig. 42 a. und b., so behält seine Axe ihre Richtung bei, da auf sie auch keine inneren Kräfte einen Zug ausüben.

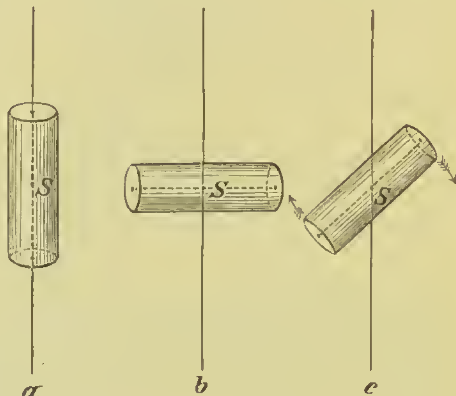


Fig. 42.

Die Axe ist also im Gleichgewichte.

Auch hierbei unterscheidet man ein stabiles, indifferentes und labiles Gleichgewicht.

Stabil ist das Gleichgewicht dann, wenn die Summe aller Zentrifugalkräfte für diese Axe ein Maximum ist.

§ 77. Bei einem Zylinder- oder Hohlzylinder von großer Höhe, einem runden Stabe oder einer längeren Röhre ist die Längsaxe eine der Hauptaxen und ferner jede zu ihr senkrechte Queraxe durch den Schwerpunkt. Für erstere ist das Trägheitsmoment ein Minimum, für letztere ein Maximum; die Summe der Zentrifugalkräfte aller Teilchen ist ebenfalls für jene ein Minimum, für diese ein Maximum.

Hängen wir nun einen solchen Zylinder in der Richtung Fig. 42 a. an einem langen stark aufgedrillten Faden auf und lassen diesen sich abdrillen, oder bringen ihn in einen Punkt der Drehaxe einer Schwungmaschine; so dreht sich dieser Stab bald mit großer Geschwindigkeit um seine Längsaxe als um eine labile (unsichere) Drehungsaxe. Weicht erstere nämlich auch nur um ein Weniges aus ihrer senkrechten Lage, so ergeben sich für die etwas weiter von der Axe entfernt liegenden Punkte D und E (Fig. 43 a.) größere Zentrifugalkräfte, und diese suchen den Stab in die Stellung MN zu drehen. Dem wirkt natürlich die Schwere entgegen, da ja bei der angenommenen Aufhängung der Schwerpunkt bei horizontaler Stablage um mehr als die halbe Stablänge gehoben werden müßte; dennoch sieht man bei einigermaßen schneller Drehung den Stab wirklich sich heben und je nach der Drehgeschwindigkeit sich in eine mehr oder weniger stark geneigte, oft fast horizontale Lage (Fig. 43 b.) einstellen.

Die Drehung, welche anfangs um die (geometrische) Längs-Axe CF erfolgte, setzt sich um diese noch kurze Zeit fort, wenn letztere auch nicht mehr senkrecht steht, bald jedoch macht sie einer Drehung um die neue senkrechte Axe AB Platz.

Oben in § 50 war eine Übung angegeben, durch welche die Vermehrung und Verminderung des Trägheitsmomentes beim Seitgrätschen und Schließen der Beine im Hange an einem Schaukelringe mit aufgedrilltem Tau gezeigt werden soll. Wenn bei dieser Übung die Längenaxe unseres Körpers nicht senkrecht bleibt, was sehr leicht geschieht, so sieht man, wie die Drehung um die Längenaxe aufhört und statt ihrer

eine solche um eine schräg durch den Körper gehende Axe auftritt. Wäre die Drehung schnell genug, so würde sich vielleicht der Körper nahezu horizontal einstellen.

Bei einem Zylinder oder Hohlzylinder von sehr geringer Höhe, einer Scheibe oder einem Ringe, ist die geometrische (Rotations-) Axe eine stabile

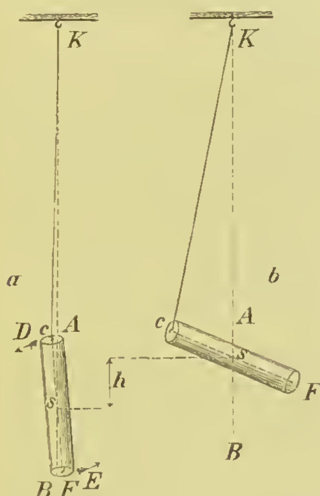


Fig. 43.

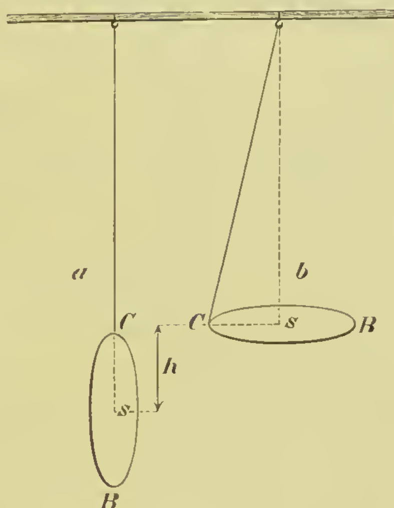


Fig. 44.

Drehungsaxe, weil für sie die Summe aller Zentrifugalkräfte ein Maximum ist. Hängt man eine Scheibe oder einen Ring in der Stellung a (**Fig. 44**) an einen aufgedrillten Faden oder in eine Schwungmaschine; so stellt er sich bei schneller Drehung in die Lage b (**Fig. 44**) ein, obgleich auch hierbei der Schwerpunkt um mehr als den halben Durchmesser gehoben werden muß.

Sprünge und vermischte Übungen mit Drehungen.

§ 78. Haben wir ein Bein, z. B. das rechte, vorwärts gehoben, so können wir es aus dieser Vorhebhalte zur Seithebhalte und durch diese hindurch rückwärts führen, was leicht gelingt, wenn wir die Übung langsam ausführen und mit dem ganzen linken Fuße auf dem Boden aufstehen. Führen wir nun dieselbe Muskelthätigkeit schnell und ruckweise aus, und heben uns dabei zur Verminderung der Reibung am Boden auf dem linken Fuße zum Zehenstande, so erfolgt nicht, wie vorhin, $1/2$ Drehung des gehobenen Beines, sondern etwa $3/8$ Drehung des ganzen Körpers linksum und nur etwa $1/8$ Drehung (§ 45 a.) des rechten Beines rechtsum.

Der Zug der Muskeln wirkt an ihrem unteren Ende auf das Bein, am oberen auf den Rumpf und dreht ersteres rechts, letzteren links herum. Da nun die Kraft des Muskels an seinen beiden Enden natürlich dieselbe ist, so müssen die Winkelgeschwindigkeiten, welche die beiden Teile durch sie erlangen, sich umgekehrt verhalten, wie die Trägheitsmomente der Teile und direkt wie die Hebelarme, an denen die Kraft wirkt. (Vgl. § 57 f.)

Der Hebelarm wird für den Rumpf größer sein, als für das Bein, das Trägheitsmoment dagegen ist für den Rumpf erheblich kleiner, da für

ihn die Drehung um die Längenaxe in Frage steht (vgl. § 57 c.), für das Bein dagegen eine Drehung um eine seiner Queraxen, und zwar um eine nicht durch seinen (des Beines) Schwerpunkt gehende Axe.

Denselben Erfolg dieser Muskelthätigkeit beobachtet man beim Hängen des Körpers an einem Schaukelringe. So auch bringen wir die Drehung des frei schwebenden Körpers hervor, wenn wir bei einem Sprunge (mit oder ohne Anlauf) mit Vorspreizen rechts eine Drehung links in der Luft ausführen.

Daß bei der umgekehrten Bewegung des Beines aus der Rückhebhalte durch die Seithebhalte zur Vorhebhalte die Drehung des Rumpfes in umgekehrtem Sinne, aber mit gleicher Stärke erfolgt, zeigt sich beim ersten Versuche; auf dem Turnplatze kommt diese Bewegung seltener vor.

Unbequemer und im Stehen auf dem linken Beine nicht ganz ausführbar ist die Drehung rechts, bei welcher das vorgehobene rechte Bein nach links (innen) und dann sofort rückwärts bewegt werden müßte. Im Sprunge aber, oder im Hange an einem Ringe ist sie ausführbar, da das linke Bein Platz machen kann, doch ist sie weniger ausgiebig und schwerer als die Linksdrehung.

Jeder weiß ja auch, daß die Drehsprünge am Freispringel und Sturmspringel beim Absprunge mit einem Beine erheblich leichter mit Drehung nach der Seite des abspringenden Fußes hin auszuführen sind.

§ 79. Am ausgiebigsten wird natürlich die Drehung, wenn beide Beine sich an ihrer Erzeugung beteiligen.

Heben wir beide Beine vorwärts, z. B. im Frei- oder im Sturmsprunge, im Hange an den Ringen (auch an Leiter oder Reck), im Stütz am Barren beim Vorschwingen, am Bock oder Pferd u. s. w. und führen ruckweise die Muskelbewegung aus, welche beide Beine rechtshin und sofort auch nach hinten bringen würde, so erfolgt eine kräftige Linksdrehung des Körpers.

Ist die zuletzt beschriebene Bewegung der Beine nicht zu Ende, wenn diese hinten ankommen, sondern werden sie sofort weiter linkshin, wieder nach vorn u. s. w. im Kreise herumgeschwungen, in der Art, wie es beim Kreisschwingen im Hange an beiden Schaukelringen geschieht, so dreht sich auch demgemäß der Rumpf in entgegengesetztem Sinne weiter.

Die beiden Ringe mit ihren zwei Aufhängungspunkten geben dem Rumpfe dabei seine bestimmte Stellung, so daß er sich nicht leicht drehen kann, sobald wir aber Hang an nur einem Schaukelringe nehmen, so führt jene Bewegung wirklich zu einer Körperdrehung, wovon sich jeder leicht selbst überzeugen kann.

Ebenso würde natürlich auch bei frei schwebendem Körper ein Kreisschwingen beider Beine rechts herum nicht ausführbar sein ohne gleichzeitige Linksdrehung des Rumpfes.

Haben wir beim Beginne dieser Bewegung nicht beide Beine, sondern z. B. nur das rechte nach vorn gehoben, das linke dagegen rückwärts, und führen nun beide nach außen und weiter das linke vorwärts, das rechte rückwärts, so erfolgt ebenfalls eine Drehung linksum und zwar fast $1/2$ Drehung; dann aber hört diese Bewegung auf und es müssen die Beine erst wieder in die Anfangsstellung gebracht werden, ehe eine neue $1/2$ Drehung erfolgen kann.

Führt man mit den Armen die entsprechenden Bewegungen aus, so erfolgt ebenfalls eine Gegendrehung, die allerdings wegen des geringeren Trägheitsmomentes der Arme erheblich geringer ist, aber wächst, wenn man die Hände mit Gewichten (Hanteln) beschwert, was sich im Kniehange an einem Ringe, oder einem in einen Ring geschnallten Schaukelreck ausführen läßt.

Fünfte Abteilung.

(§ 80—94.)

Wirkung und Gegenwirkung. Schaukeln. Schwingen am Reck und am Barren. Reibung und Widerstand des Mittels.

Wirkung und Gegenwirkung.

§ 80. Wenn ein Körper irgend welche Kraft auf einen andern ausübt, so übt auch dieser zweite Körper eine ebensogroße Kraft auf den ersten aus, und zwar in umgekehrter Richtung. Es giebt überhaupt keine Kraft, die auf einen Körper allein wirkte, oder von einem Körper allein ausginge, sondern nur Kräfte, die zwischen zwei Körpern wirken und zwar auf beide ganz gleich. Man nennt dieses Gesetz dasjenige der gleichen Wirkung und Gegenwirkung (actio est par reactioni). Natürlich ist der sichtbare Erfolg dieser Kraft (und Gegenkraft) auf beide Körper nicht gleich, da die Geschwindigkeit (Beschleunigung), welche beiden Körpern durch dieselbe Kraft in gleicher Zeit erteilt wird, nach § 13 der Masse der Körper umgekehrt proportional ist.*)

Der Druck der Pulvergase z. B. treibt die Kugel nach vorn, das Geschütz nach hinten, letzteres natürlich so viel mal langsamer, wie es schwerer ist; ein Magnet zieht nicht nur Eisen zu sich heran, sondern auch sich an Eisen; springen wir aus einem Kahne aus Land, so treibt unsere Muskelkraft uns vorwärts, den Kahn aber rückwärts.

§ 81. Die Erde zieht nicht nur den Mond zu sich heran, sondern auch der Mond die Erde; ja beim fallenden Steine sogar wird nicht nur dieser bewegt, sondern auch die Erde, doch ist deren Bewegung bei ihrer außerordentlich großen Masse und der kleinen Kraft natürlich unmerkbar gering.

Wirkt eine Kraft zwischen zwei Körpern, von denen einer mit der Erde in fester Verbindung ist, so bewegt sich scheinbar nur der andere, weil ja an der Bewegung des ersteren die ganze Erde teilnehmen muß, und diese Bewegung ganz außer acht gelassen werden kann. Man spricht daher von einer Kraft zwischen einem beweglichen und einem festen Körper und pflegt dann der Einfachheit der Erklärung wegen zu sagen, dieselbe Kraft, welche der bewegliche Körper auf den festen ausübt, erwidere dieser mit einem Gegendrucke oder Gegenzuge von genau gleicher Größe und entgegengesetzter Richtung.

§ 82. Da nach dem oben Gesagten Körper oder auch Teile eines Körpers, welche sich infolge einer Abstoßung oder Anziehung von einander fort oder auf einander zu bewegen, dies mit Geschwindigkeiten ausführen,

---

*) Vergl. auch §§ 78 und 79.

die ihren Massen umgekehrt proportional sind, so bleiben ihre Abstände von ihrem gemeinsamen Schwerpunkte immer den Massen umgekehrt proportioniert, und daher der gemeinsame Schwerpunkt derselben immer an derselben Stelle; vorausgesetzt natürlich, daß alle Teile frei beweglich sind.

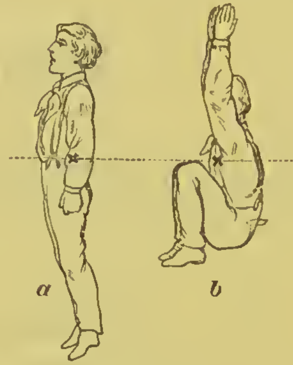


Fig. 45.

Denken wir einmal uns frei in der Luft schwebend, ohne jeden festen Stützpunkt, so würden wir durch keine Bewegung unserer Glieder unsern ganzen Körper fortbewegen können.

Würden wir z. B. die Arme aufwärts strecken und die Beine hockend hinaufziehen, in der Hoffnung, dadurch unserm Körper eine Bewegung aufwärts zu erteilen, so würden wir diese Hoffnung getäuscht sehen, denn dieselben Muskeln, welche mit ihrem einen Ende die Glieder aufwärts ziehen, ziehen mit dem andern Ende den Rumpf mit derselben Kraft abwärts, und dieser folgt dem Zuge genau so viel, daß der Schwerpunkt auch nach der Bewegung noch an der früheren Stelle im Raume liegt (**Fig. 45**).

Würde jemand aus der Grundstellung mit Hochhebhalte der Arme diese sowohl wie die Beine plötzlich nach vorn nehmen, so würde, wenn der Körper frei beweglich wäre, der Rumpf gleichzeitig so weit zurückgehen, daß der Schwerpunkt dennoch an seiner alten Stelle bliebe. Entsprechend würde der Rumpf sich vorwärts bewegen beim Zurücknehmen von Armen und Beinen. Hängt man, ohne daß die Füße den Boden berühren können, an den Schaukelringen, so ist der Körper zwar nicht ganz frei, aber die Bewegung vor- und rückwärts ist doch sehr wenig behindert.

Giebt man nun einem Unkundigen (auch guten Turnern) den Auftrag, aus ganz ruhigem Hange sich in Schaukelschwung zu versetzen, so erfolgen die eben beschriebenen Bewegungen (**Fig.46**), und die Ringe gehen mit den Armen vor- und rückwärts im Takte des Körperschwunges; der Schwerpunkt aber bleibt ziemlich genau an seiner Stelle*) und zu einem Schaukelschwunge führen diese Bewegungen nicht.

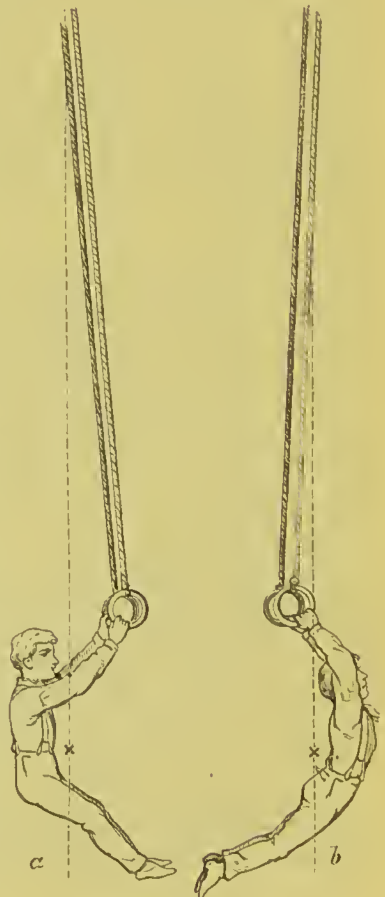


Fig. 46.

*) Über den Grund einer kleinen Schwerpunktsverschiebung siehe § 83 am Ende.

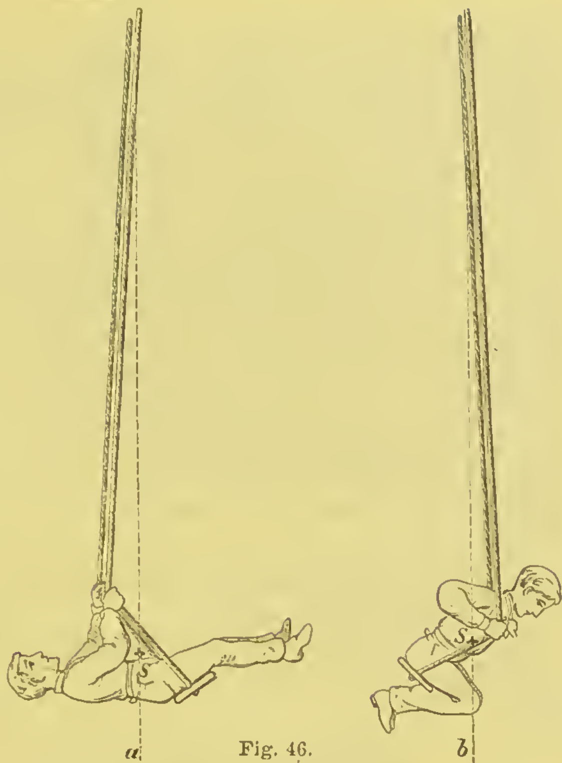


Fig. 46.

Wer hätte nicht schon einmal gesehen, wie sich Kinder vergeblich abmühen, in einer Schaukel mit Tauen, stehend oder sitzend, sich selbst in Schwung zu versetzen. Die Schaukel geht ein wenig hin und her im Takte der Körperbewegungen (Fig. 47), aber Schaukelschwung bekommen sie gar nicht oder doch nur ein ganz wenig. Wie dieser zu erlangen, darüber sprechen wir sogleich im § 83, und von seiner Verstärkung, wenn er einmal vorhanden, handelten wir schon im § 61 und § 67.

Schaukeln.

§ 83. Ist unser Körper mit einem beweglichen Gerät verbunden, so bleibt ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt an der alten Stelle, wenn beide frei sind. So würden gewiß, wenn unser Körper in einer Schaukel mit festen Stangen stehend frei schwebte, d. h. diese nicht an Haken befestigt wären, und die Bewegung aus Fig. 48 a. zu b. ausgeführt würde, bei der Rückwärtsbewegung des Rumpfes die Schaukelstangen vorwärts gedrückt werden, so daß der gemeinsame Schwerpunkt S in seiner alten Lage bliebe.

Wenn nun aber die Schaukel mit ihren Stangen oben befestigt ist, so kann sie dieser Bewegung nicht folgen, und der Druck, den sie

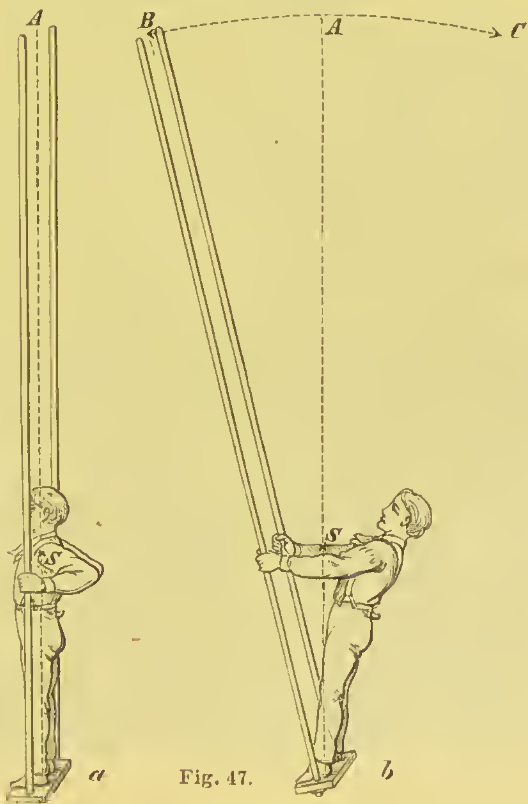


Fig. 47.

in der Richtung AB (Fig. 48) auf die festen Haken ausübt, wird von diesen mit der gleichen Kraft, aber in der Richtung AC erwidert. Der Druck gegen die Haken ist bei der Länge, welche solche Schaukelstangen zu haben pflegen, nach dem Hebelgesetze nur gering, doch ist der Erfolg des Gegendruckes nach § 70 eine kleine Verschiebung des Schwerpunktes rückwärts, was sich auch leicht bei einer solchen Schaukel beobachten läßt.

Auch in einer Schaukel an Tauen erreicht man durch die oben beschriebene Bewegung eine ganz geringe Schwerpunktsverschiebung, die um so kleiner ist, je länger die Taue sind, ebenso auch an den Ringen durch die im vorigen Paragraphen beschriebene Bewegung; denn bei der schwachen Vorwärtsbewegung der Ringe oder der Schaukeltaue erleiden auch die Haken oben einen, wenn auch sehr geringen Zug vorwärts und ihre Festigkeit, welche diese Bewegung nicht gestattet, wirkt daher als rückwärts (auch auf den Schwerpunkt) wirkende Kraft.

Wer es daher versteht, seine Bewegungen in dem Takte des anfangs kaum bemerkbaren Schaukelschwunges zu machen, kann durch fortgesetzte Verstärkung desselben schließlich und mit einiger Mühe zu erheblichem Schwunge auch aus dem ganz ruhigen Hang, Stand oder Sitz kommen.

Einleuchtender wird manchem diese Wirkung sein, wenn er sich eine Schaukel mit Stangen denkt, die nicht an den Haken selbst, sondern ihrerseits an Tauen aufgehängt sind.

Je kürzer die Taue sind, desto schräger wird ihre Stellung bei gleicher seitlicher Verschiebung, und desto größer ist verhältnismäßig der für die seitliche Bewegung in Betracht kommende Teil der Kraft.

Schwingen am Reck und am Barren.

§ 84. Wie aber verhält sich unser Körper bei den im § 82 beschriebenen Bewegungen, wenn diese im Hange an einem festen Geräte, z. B. an einer Reckstange ausgeführt werden? Bei dem Schwingen der Arme und Beine vorwärts setzt die Stange der vorwärts-abwärts gerichteten Bewegung der Arme einen Widerstand entgegen, der als eine die Hände, und durch sie auch den Schwerpunkt, schräg aufwärts und rückwärts treibende Kraft aufgefaßt werden kann.

Daß der Schwerpunkt diese Bewegung wirklich ausführt, ist bei einem Felgaufschwunge aus dem ruhigen Hange, oder beim Ausholen zu einem kräftigen Schwunge (Unterschwunge) vorwärts deutlich erkennbar.

Während der Körper aus dem Streckhange (Fig. 49 a.) in die Stellung b und c (erste Zeit) gebracht wird, bewegt sich der Schwerpunkt schräg aufwärts und rückwärts; dann erfolgt (zweite Zeit) ein Vorwärtspendeln des Körpers, das beim Felgaufschwunge durch weitere Schwerpunktshebung und -annäherung an die Stange zur vollständigen Drehung rückwärts verstärkt wird; oder aber man bringt durch kräftiges Aufwärtsstrecken der Arme aus der Stellung c den Körper in die Stellung d, den Schwerpunkt also vorwärts auf seiner Bahn nach δ, bis der Körper nun (dritte Zeit) bei wieder erlangtem Streckhange rückwärts pendelt, um dann z. B. beim Schwungstemmen in der vierten Taktzeit durch eine der ersten ähnliche Bewegung wieder hinaufgezogen zu werden. (Die Bahn des Schwerpunktes bei dem Schwungstemmen ist in Fig. 49 d. punktiert eingezeichnet.)

Das Schwungholen zum Schwungstemmen aus dem ruhigen Hange wird erleichtert, wenn man vorher ein Vorstoßen der Brust ausführt, wie bei dem Zuckstemmen. (Auch den Felgaufschwung leiten schwächere

Turner so ein.) Noch mehr Schwung bekommt man nach einem Ansprunge, infolgedessen sogleich die Pendelbewegung vorwärts (zweite Zeit) beginnt.



Fig. 49.

§ 85. Sollte jemand an der Richtigkeit des Gesagten noch Zweifel hegen, so möge er, um sich von derselben zu überzeugen, das beschriebene Schwungholen (Unterschwung) einmal an einem Schaukelreck mit ganz kurzen Tauen ausführen lassen. Ich habe ein Schaukelreck an etwa 20 cm langen Riemen dazu genommen, das ich an einer festen Reckstange befestigte.

Beim ersten Vorheben der Beine sieht man dann ruckweise das Schaukelreck nach vorn gezogen, aber sehr bald wieder sich zurückbewegen, da der ganze Körper bereits eine Rückwärtsbewegung bekommen hat, an der es teilnimmt, und nun folgt der Pendelschwung vorwärts.

Da die Taue der Stange eine geringe Bewegung gestatten, letztere also dem Druck etwas nachgeben kann, so ist ihr Gegendruck, besonders in seitlicher Richtung, geringer als am festen Reck, und unsere Bewegung wird bei gleichem Kraftverbrauche weit weniger ausgiebig.

Bei längeren Seilen verliert die Bewegung, wie schon oben bemerkt, natürlich noch mehr an ihrem Erfolge in seitlicher Richtung.

§ 86. Führt man an festem Geräte ein Schwingen mit den Beinen vorwärts aus ohne Vorwärtsdrücken der Arme oder gar mit gleichzeitigem Rückwärtsdrücken der letzteren, so würde diese Bewegung bei frei schwebendem Körper (und an der Stelle bleibendem Schwerpunkte) Rumpf und Arme rückwärts treiben; bei der Festigkeit des Gerätes hat dieses Beinschwingen daher eine Vorwärtsbewegung des Schwerpunktes zur Folge. Auch das zeigt ein Schaukelreck an sehr kurzen Tauen deutlich.

Dieses ist die schwunggebende und schwungverstärkende Bewegung bei allem Schwingen im Streckhange an festen Geräten, besonders am Reck.

Beim Rückschwunge werden dementsprechend die Beine rückwärts geschwungen unter gleichzeitigem Druck der Arme vorwärts, was uns unser Muskelgefühl bei kräftigem Schwingen deutlich bestätigt.

An den Schaukelgeräten fördert die angegebene Bewegung den Schaukelschwung etwas, doch nicht erheblich; bedeutende Verstärkung desselben erzielen wir vielmehr nur durch die im § 61 und § 67 erläuterte Schwerpunktshebung bei jedem Hinaufgange vom tiefsten Punkte der Bahn bis zum Ende des Schwunges im höchsten Punkte.

Das Schwingen im Streckstütz am Barren wird unten im § 88 eingehender besprochen werden.

§ 87. Würde jemand in horizontaler Lage die vorgestreckten Arme zurückziehen, so würde er ein frei bewegliches Gerät, das er etwa erfaßt hätte, rückwärts ziehen, seinen Körper aber vorwärts; ist das Gerät aber fest, so erfolgt nur die letzte Bewegung und zwar entsprechend stärker. Eine in diesem Sinne schon vorhandene Bewegung wird dadurch natürlich verstärkt. (Riesensprung am Pferde.)

Durch die entgegengesetzte Armbewegung kann eine Bewegung rückwärts hervorgerufen (Absprung rückwärts aus dem Stütz oder dem Schwebestütz am Bock, Reck rc.), oder eine vorhandene Vorwärtsbewegung geschwächt oder aufgehoben werden (Hechtsprung). Ein Druck der Beine rückwärts gegen den festen Erdboden treibt den Körper vorwärts beim Gehen, Laufen und Springen. Ein Druck des Beines seitwärts bringt den Körper nach der andern Seite, was bei jedem Sprunge seitwärts, aber auch schon beim Schwebegehen auf schmalen Kanten deutlich hervortritt. Beim Umkippen nach links führt man nämlich, um sich im Gleichgewicht zu erhalten, ein Rumpfbeugen links aus.

Die hierdurch hervorgebrachte Linksdrehung des Körpers würde die Bewegung des Kippens (Linksdrehung) nur beschleunigen, so sollte man meinen; aber da bei dieser Bewegung die Beine, bez. das fest bleibende linke, auf die Kante einen Druck nach links ausübt, dem dieselbe nicht nachgiebt, so übt sie ihrerseits einen Gegendruck auf die Füße und dadurch auf den ganzen Körper nach rechts aus. Fühlen wir nämlich beim Gehen auf schmaler Kante, daß der Körper linkshin kippt, so liegt der Schwerpunkt auch sicher schon nicht mehr senkrecht über der Kante, sondern links von ihr. Durch das Seitbeugen wird er wieder über dieselbe verlegt, also nach rechts verschoben. Diesen seitlichen Druck rechtshin hat nicht der Schwerpunkt direkt empfangen, sondern ihn können nur die Füße erhalten haben. und ihn kann nur die Kante durch ihren Gegendruck ausgeübt haben.

Reicht das Seitbeugen des Rumpfes nicht mehr aus zur Erhaltung des Gleichgewichts, so macht man mit kurzer Wendung linksum, und es erfolgt das weit ausgiebigere Vorbeugen des Rumpfes.

Auch beim Handstehen erhalten wir das Gleichgewicht durch entsprechenden Druck der Arme vorwärts oder rückwärts aus den Schultergelenken, was uns unser Muskelgefühl durchaus bestätigt.

§ 88. Dem Schwingen im Streckstütz am Barren müssen wir noch einige Aufmerksamkeit schenken. Dasselbe beginnt gewöhnlich mit einem Heben der Beine vorwärts aufwärts; der Rumpf mit den Armen würde sich also in entgegengesetzter Richtung bewegen, wenn er nicht an den Holmen eine feste Stütze gegen die Bewegung abwärts, und, wenn wir wollen, auch gegen diejenige rückwärts fände. Es resultiert also aus diesem Beinschwunge notwendig eine Bewegung des Schwerpunktes aufwärts, und vielleicht auch eine solche vorwärts.

Die (wenigstens mir) wahrscheinlichste Annahme würde sein, der Schwerpunkt bliebe, da er höher liegt als die stützenden Hände, immer senkrecht über diesen, da der Körper sonst aus dieser labilen Gleichgewichtslage umschlagen würde. Dem ist aber nicht so, wie man durch den Vergleich der Körperlage bei der freien Stützwage und dem Halten der Beine in der Vorhebhalte mit derjenigen beim Schwingen im Barren leicht erkennt.

Bei jenen ruhigen Stellungen liegt der Schwerpunkt zweifellos ziemlich genau über der Stützlinie; beim Schwingen dagegen liegt er am Ende des Vorschwunges vor den Händen, am Ende des Rückschwunges hinter den Händen, wie es in der Fig. 50 a. und b. angedeutet ist. Die

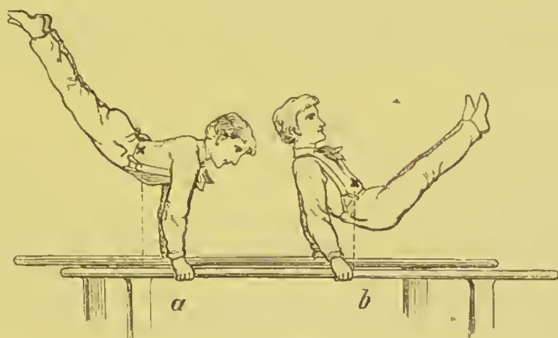


Fig. 50.

Stellung a ist nach meinen Beobachtungen fast gleich bei schwachem und recht starkem Schwingen.

Damit der Körper trotz dieser Vorwärts- und Rückwärtsbewegung seines Schwerpunktes oberhalb der Hände nicht umkippt, was bei schwachen Schülern ja leicht einmal vorkommt (Hülfestellung!), ist es erforderlich, daß der Schwerpunkt nach dem Vorschwunge sofort rückwärts und nach dem Rückschwunge vorwärts wieder über die stützenden Hände gelange. Letzteres geschieht zwar von selbst durch den dann folgenden entgegengesetzten Schwung, dieser kommt aber zu spät, und könnte das einmal begonnene Kippen nicht wieder aufheben, wenn nicht schon vorher ein passender Druck der Arme diesem Umkippen rechtzeitig entgegengewirkt hätte.

§ 89. Hiervon überzeuge man sich, wenn das Muskelgefühl, wenigstens am festen Geräte, nicht sichern Aufschluß giebt, beim Schwingen auf den Lehnen zweier Stühle. Diese kippen leicht vorwärts kurz vor dem Beginne des Rückschwunges, rückwärts am Ende des Rückschwunges.

Ähnlich ist der Erfolg beim Schwingen in einem Schaukelbarren.*) Nach dem Gesetz der Aktion und gleichen Reaktion bewegen sich die Holme dieses Schaukelbarrens rückwärts in dem Augenblicke, wo aus dem ruhigen Stütz das erste Vorheben der Beine beginnt, nachher folgen sie dem Zuge des Schwunges und der schon kurz vor dem Beginne des Beinrückschwunges vorwärts drückenden Hände. Bei dem Rückschwunge der Beine bewegen sich die Holme vorwärts bis kurz vor dessen Ende, so daß der Barren seine Bewegungen rückwärts und vorwärts etwas früher beginnt, als der Körper seinen Schwung vorwärts, bez. rückwärts.

Die Thätigkeit der stützenden Arme ist am Schaukelbarren zwar nicht ganz dieselbe wie am festen Geräte, da die Hände beim Schaukelgeräte fast senkrecht unter dem Schwerpunkte bleiben, doch ist sie jener ähnlich, so daß der Schluß von der einen auf die andere, wie wir ihn aus jenen Beobachtungen ziehen, zulässig erscheint.

Erwähnen will ich noch, daß aus dem Schwunge selbst auch eine Zentrifugalkraft resultiert, die den Körper etwas vorwärts treibt, solange er (bez. die Beine) vor den Armen, rückwärts, solange er hinter den Armen sich befindet.

Ginge die Axe, um welche der Körper sich dreht, durch den Schwerpunkt, und wäre die Drehgeschwindigkeit für den Oberkörper und die Beine gleich groß, so übte die Zentrifugalkraft auf die Axe keinen Zug aus. Die Drehungsaxe liegt aber — wenigstens solange der ganze Körper und nicht nur wesentlich die Beine schwingen, etwa in der Ellbogenhöhe**), also über dem Schwerpunkte, der Schwung der Beine ist kräftiger als der des Oberkörpers, und beides bedingt einen nach den Füßen zu gerichteten Zug auf die Drehungsaxe infolge der Zentrifugalkraft.

Reibung.

§ 90. Bei der Bewegung eines Körpers über oder an einem andern hin tritt stets Reibung auf.

Bei festen Körpern greifen die kleinen Hervorragungen beider Körper (selbst polierte Flächen sind nicht vollkommen eben) in Vertiefungen des andern ein und stoßen und reiben sich zum Teil ab (Glatt-, Dünn- und Durchscheuern der Geräteteile, als Stangen, Haken, Ringe, Ösen, Kettenglieder u. s. w.) und müssen immer wieder aus den Vertiefungen herausgehoben werden. Je rauher die Flächen, desto größer also die Reibung.

Bei flüssigen Körpern muß die, wenn auch weit geringere Kohäsion ihrer Teilchen überwunden werden, und ein Teil der Flüssigkeit muß mit in Bewegung versetzt werden.

Dieses alles aber erfordert einen Mehraufwand an Kraft, oder verlangsamt die Bewegung, so daß die Reibung als eine der jedesmaligen Bewegung gerade entgegengerichtete Kraft angesehen werden kann.

Man unterscheidet rollende und gleitende Reibung (beim Turnen kommt fast nur die letztere in Betracht), ferner Reibung aus der Ruhe und während der Bewegung. Letztere ist gewöhnlich erheblich geringer, da bei der (längeren) Ruhe die Körper sich fester an einander legen oder gar sich in einander eindrücken.

---

*) 4 Rundlauftaue und 2 Stangen oder 2 Schaukelrecke, an einem Paare Schaukelringe befestigt, liefern einen solchen Schaukelbarren.

**) Nicht durch die Hände, auch nicht durch die Schultern, geht die Axe, um welche der Körper sich dreht. Ersteres würde bei starkem Anpressen der Arme an den Rumpf annähernd zu erreichen sein, letzteres, wenn man die Arme in senkrechter Haltung feststellen könnte.

Das erste Anfahren eines Wagens ist nicht nur durch die Trägheit der Masse erschwert, sondern auch durch die größere Reibung aus der Ruhe. Ist ein Gegenstand, den wir erfaßt haben, in der Hand einmal ins Gleiten gekommen, so halten wir ihn sehr viel schwerer.

Ein Knabe, der am Rande einer schrägen Böschung auf seinem Schlitten sitzt, bringt diesen durch einen Ruck (Vorschnellen und plötzliches Anhalten des Oberkörpers) in Bewegung, wenn er hinabfahren will. Nach dem Gesetze der Aktion und Reaktion würde der Schlitten bei der Vorwärtsbewegung des Oberkörpers sich rückwärts bewegen, wenn er frei wäre; dieses verhindert aber die beträchtliche Reibung in der Ruhestellung, welche erst bei der plötzlichen Fixierung des Oberkörpers überwunden wird, und die nun folgende Reibung während der Bewegung vorwärts auf der glatten Bahn ist so viel geringer, daß (selbst auf wagerechter Fläche) der Schlitten eine Strecke weit fährt.

§ 91. Werden zwei Flächen auf einander gedrückt, oder ruht ein schwerer Körper mit seiner Grundfläche auf einer andern Fläche, so ist bei gleitender Reibung die Stärke derselben dem Druck oder der Schwere proportional, dagegen fast unabhängig von der Geschwindigkeit und von der Größe der Berührungsfläche, weil sich der Druck auf der größeren Fläche mehr verteilt.*)

Wie leicht unsere Hand auf der Reckstange gleitet, hängt wesentlich von der Kraft ab, mit der wir dieselbe umfassen Einen lose erfaßten Stab entreißt uns der Gegner leicht, den fest erfaßten schwer.

§ 92. Wesentlich abhängig ist aber die Stärke der Reibung von dem Stoffe, aus dem die gleitenden Flächen bestehen. Viel leichter gleiten unter sonst gleichen Bedingungen platte, harte Metalle aufeinander, als weiche Holzflächen; leichter Metalle auf fettigen Flächen, als Leder oder Holz auf harziger Unterlage. Wie verschieden groß ist die Sicherheit unseres Trittes auf Eis, Parkett oder rauhem Holzboden, Granit oder Kalkgestein, Gras, Lohe oder Sand.

Wie der Fuß beim Laufen und Springen, um nicht zu gleiten, rauher Flächen bedarf, so verlangt auch die Hand zum sicheren Greifen nicht zu glatte Flächen. Man legt deshalb neuerdings hier und da bei den Ledergeräten die Narbe des Leders nach außen, macht eiserne Reckstangen, die zu glatt geworden sind, wieder rauh oder giebt ihnen einen Anstrich von Ölfarbe (allerdings gewöhnt sich die Hand sogar an polierte Reckstangen) oder bringt eine stärkere Reibung zwischen Hand und Stange durch Harz hervor.

Eine Benetzung der Hand mit Öl würde ihr die Griffsicherheit rauben, in geringerem Grade raubt sie ihr auch der Schweiß.

Die zum sicheren Griffe nötige Reibung verzehrt nun aber bei allen Wellen und Umschwüngen einen guten Teil des Schwunges, und deshalb suchen wir sie bei allen Übungen, die uns einen Augenblick fast freien Fluges und damit die Möglichkeit einer Grifflockerung oder Handlüftung gestatten, durch ruckweises Umgreifen in diesem Augenblicke zu vermindern.

Dieses geschieht z. B. bei der freien Felge, der Riesenfelge und vielen sogenannten freien Wellen.

Die Hand des Anfängers, welcher dieses Umgreifen noch nicht ausführen kann, gleitet bei der Welle, Sitzwelle und ähnlichen Übungen häufig nur halb herum, noch häufiger ist dies beim Lernen und ersten Üben des Felgüberschwunges der Fall.

*) Vorausgesetzt wird natürlich, daß nicht ein Körper in den andern einschneidet.

Widerstand des Mittels.

§ 93. Bewegt sich ein Körper im Inneren eines andern (Luft, Flüssigkeit, weicher Masse), welcher letztere dann das „Mittel" genannt wird, oder schneidet er bei seiner Bewegung in einen andern ein; so muß er ein gewisses von der Größe seines Querschnittes abhängiges Quantum des Mittels verschieben und diesem eine bestimmte Geschwindigkeit erteilen.

Je größer die Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers ist, desto größer ist erstens die in gleicher Zeit verschobene Masse, und desto größer ist zweitens die ihr erteilte Geschwindigkeit.

Es ist daher im allgemeinen der Widerstand des Mittels proportional dem Querschnitte des sich bewegenden Körpers und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit. Im Besonderen erleidet dieses Gesetz jedoch mancherlei Modifikationen; denn erstens ist die Geschwindigkeit, mit der das Mittel ausweichen muß, von der Form des bewegten Körpers, und zweitens die Größe der durch innere Reibung des Mittels mit bewegten Nachbarschichten von der Geschwindigkeit wesentlich mit abhängig.

§ 94. Der Widerstand der Luft, in der wir ja turnen, ist zwar bei jeder Bewegung des Körpers vorhanden, unter den gewöhnlichen Bedingungen jedoch so unbedeutend, daß er ganz vernachläßigt werden kann. Nur bei erheblicher Geschwindigkeit, mit deren Quadrate etwa er ja wächst, wird er fühlbar, und da es für die Größe des Widerstandes einerlei ist, ob sich unser Körper gegen die ruhende Luft bewegt, oder die bewegte Luft mit derselben Geschwindigkeit gegen unsern Körper drängt, so kann ein kräftiger Wind unsere Bewegungen sehr hemmen.

Groß ist, wie wir alle wissen, der Widerstand des Wassers mit seinen schweren Teilchen. Den schnellen Bewegungen der Glieder von mäßig großer Druckfläche (Ruder) setzt es einen größeren Widerstand entgegen, als der an Fläche größeren Brust (dem Schiffsbug) in ihrer langsamen Bewegung.

Bei einem sehr schnellen Schlage gegen das Wasser weicht dieses überhaupt nicht genügend aus, so daß man bei einem hohen Fall auf das Wasser so gut verunglücken kann, wie bei einem solchen auf den festen Boden.

Anhang.

(§ 95–106.)

Arbeit. Lebendige Kraft. Arbeitsfähigkeit oder Arbeitsinhalt. Übungen des Turnplatzes. Erhaltung der Energie.

Arbeit.

§ 95. Wird ein Widerstand durch eine Kraft, z. B. unsere Muskelkraft, überwunden, so leistet letztere dabei eine Arbeit, welche offenbar um so größer ist, je größer der überwundene Widerstand war, und je größer die Strecke ist, auf welche hin der Widerstand überwunden wurde. Die Arbeit beim Hinauftragen von Säcken ist offenbar proportional

1) dem Gewichte der Säcke und
2) der Zahl (bez. der Höhe) der Stufen.

Man nennt daher, wenn k eine Kraft bedeutet, welche dem Widerstande gleich ist, und s den vom Körper zurückgelegten Weg, das Produkt ks die **Arbeit***), welche die treibende Kraft geleistet hat. Dieselbe Arbeit hat gleichzeitig der Widerstand (oder die ihm gleiche Kraft) erlitten.

Wird ein Gewicht 1 (gramm) um die Strecke 1 (meter) gehoben, so ist die geleistete Arbeit gleich 1 (gramm-meter).

Das Gramm-Meter, bei größeren Kräften auch das Kilogramm-Meter (früher Fußpfund), ist die Einheit, mit welcher wir Arbeit messen.

Wird ein Körper vom Gewichte G (gr) um die Strecke h (meter) senkrecht gehoben, so hat die Schwere (Schwere ist die Anziehungskraft der Erde, nicht das Gewicht) die Arbeit G h (gr-m) erlitten. Wenn dieses Heben nicht in senkrechter Richtung, sondern auf geneigter Bahn geschieht, so gilt dasselbe Gesetz, doch muß unter h die senkrechte Höhe verstanden werden, um welche der Körper gehoben wurde.**)

Bewegt sich derselbe nachher wieder abwärts, so leistet die Schwere wieder Arbeit.

Bewegt sich ein Körper einer Kraft k entgegen um die Strecke s, oder überwindet er irgend einen Widerstand gleich der Kraft k auf die Strecke s hin, so hat diese Kraft oder der Widerstand die Arbeit + ks erlitten oder, wie man auch wohl sagt, die Arbeit — ks geleistet.

---

*) Hierbei ist zunächst vorausgesetzt, daß die Kraft nur den Widerstand zu überwinden, nicht aber außerdem noch eine Änderung der Geschwindigkeit der eigenen Bewegung zu bewirken hat.

**) Auf schiefer Ebene (vgl. § 17) mit der Neigung 1 zu 60 ist nicht die ganze Schwere zu überwinden, sondern nur $1/60$ derselben, die Länge der Bahn aber ist nicht h, sondern 60 . h; die geleistete Arbeit ist also $\frac{G}{60} \cdot 60\,h = G\,h$. Dasselbe gilt auch für jeden andern Grad der Neigung, sowie für jeden Teil einer krummen oder gebrochenen Bahn, also auch für jede Bahn von beliebiger Form.

Findet bei der Bewegung zugleich eine Änderung der Geschwindigkeit statt, so ist die treibende Kraft größer oder kleiner, als der Widerstand; gelangt aber der Körper nachher wieder zu der Anfangsgeschwindigkeit (aus der Ruhe also wieder zur Ruhe), so hebt sich das Mehr oder Minder der treibenden Kraft wieder auf, und es ist die insgesammt geleistete Arbeit doch gleich ks (oder bei der Schwere gleich Gh).

§ 96. Bringt eine Kraft keine Bewegung hervor, so leistet sie auch keine „Arbeit".

Behält z. B. ein Körper vom Gewichte G seine Höhe über dem Boden bei, mag er nun ruhen oder auf wagerechter Bahn sich bewegen, so hat die Schwere eine Arbeit weder zu leisten, noch zu erleiden, und ebensowenig die Stütze unter demselben, oder die Bahn, auf der er sich bewegt. Gleichwohl hat letztere beständig den Druck G auszuhalten, und wenn statt dieser Stütze unser Körper eintritt, so kann oft eine erhebliche Muskelanstrengung erforderlich sein, um dies Gewicht zu tragen, und doch wird durch dieselbe in diesem physikalischen Sinne keine „Arbeit geleistet".

Trägt also jemand einen Sack Korn Stufen hinauf, überwindet er also die Schwere, so leistet er eine Arbeit, trägt er denselben auf ebenem Boden, so leistet er keine Arbeit, trägt er denselben abwärts, giebt er also der Schwere etwas nach, so erleidet oder empfängt er (so merkwürdig dies zuerst klingen mag) eine Arbeit, welche die Schwere leistet.

Auch beim Turnen wird das Maß der zu leistenden Arbeit wesentlich durch die Höhe bestimmt, um welche der Schwerpunkt unseres Körpers zu heben ist.

So ist dieselbe weit größer beim Überschlage mit gestreckten Armen, als bei dem mit gebeugten Armen, da ja bei ersterem der Körper um etwa Armlänge höher gehoben werden muß. So ist der Felgaufzug aus dem Beugehange entsprechend leichter als der aus dem Streckhange, weil infolge der vorangegangenen Hebung die zu leistende Arbeit (besonders im Anfange der Übung) eine wesentlich geringere ist.

So erfordert auch das Kippen am Barren aus dem Abhange eine in demselben Maße größere „Arbeit" als dasjenige aus dem Oberarmhange (-stütz), wie der Schwerpunkt höher zu heben ist. Desgleichen ist das Aufkippen oder Stemmen zum Knickstütz entsprechend leichter als dasjenige zum Streckstütz. Das Armbeugen und -strecken im Liegestütz ist nach dem Hebelgesetze leichter, als dasjenige im Streckstütz; es ist aber auch weniger Arbeit zu leisten, da der Schwerpunkt (wenigstens bei ganz gestrecktem Körper) nur etwa um $^2/_3$ der Armlänge zu heben ist, während beim Aufstemmen aus dem Knickstütz zum gewöhnlichen Streckstütz der Körper um etwa die ganze Armlänge gehoben werden muß.

Natürlich kann der Physiker bei solchen Betrachtungen keine Rücksicht darauf nehmen, ob diese Arbeitsleistung in der einen oder andern Form bequemer ist (Hebung durch Kraft der Beine oder der Arme), ob kräftigere oder schwächere Muskeln dabei zur Anwendung kommen, und ob wir diese Übungen schnell oder langsam ausführen.

Die physikalische „Arbeitsleistung" ist beim Aufstemmen am Barren nicht größer als beim Aufstehen aus der Hockstellung, beim Kreuzaufzuge nicht größer, als etwa beim Wellaufschwunge, bei langsamem Felgaufzuge nicht größer, als bei schnellem Felgaufschwunge, obwohl ja die Anstrengung dabei bekanntlich eine sehr verschiedene ist. Nicht die Kraft, durch welche wir während längerer Zeit der Schwere das Gleichgewicht halten, kommt für die Arbeitsleistung in Betracht, sondern nur die zur wirklichen Überwindung der Schwere, also zur Körperhebung gebrauchte Kraft.

Lebendige Kraft. Arbeitsfähigkeit, Arbeitsinhalt.

§ 97. Wirkt eine Kraft, ohne Widerstand, zu finden auf einen Körper, so hat sie nur dessen Trägheit zu überwinden, und der Erfolg der von ihr geleisteten Arbeit ist nur eine Vermehrung der Geschwindigkeit des Körpers, durch welche dieser jedoch die Fähigkeit erlangt, selbst wieder Arbeit zu leisten.

Die Schwere erteilt z. B. dem Pendel eine Geschwindigkeit, welche dasselbe auf der andern Seite zu gleicher Höhe (also der Richtung der Schwere entgegen) zu heben, also Arbeit zu leisten vermag.

Ein elastischer Ball erhält beim Falle durch die Schwere eine solche Geschwindigkeit, daß er von elastischer Unterlage zu derselben Höhe wieder aufspringt, aus der er fiel. (Bälle und Unterlagen sind allerdings niemals vollkommen elastisch.) Ein fallender unelastischer Körper ist durch die erlangte Geschwindigkeit imstande, eine Abplattung, Zertrümmerung, Durchschlagung u. dergl. hervorzubringen.

Da nun ein jeder Körper, der in Bewegung ist, immer eine Arbeit zu leisten vermag, so denkt man sich ihn gleichsam mit einer Kraft begabt, welche seine lebendige Kraft genannt wird.

Diese ist offenbar der Masse M proportional und wächst bei zunehmender Geschwindigkeit. Speziell ist sie dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional, und man setzt die lebendige Kraft gleich $\frac{Mv^2}{2}$.*)

Diese ist gleich der Arbeit, welche verbraucht wurde, um die lebendige Kraft zu erzeugen, und ist imstande eine gleiche Arbeit ks wieder zu verrichten.

Stößt ein Körper mit der lebendigen Kraft $\frac{Mv^2}{2}$ auf einen Gegenstand, der seinem Eindringen einen konstanten Widerstand gleich der Kraft k bietet, so wird dieser auf eine solche Strecke s überwunden, daß die von ihm erlittene Arbeit ks gleich $\frac{Mv^2}{2}$ ist. Dann kommt der bewegte Körper zur Ruhe und seine lebendige Kraft ist eingebüßt. Danach ist $s = \frac{Mv^2}{2k}$.

Da nun einer großen beweglichen Masse auch durch kleine Kräfte allmählich eine erhebliche Geschwindigkeit und damit eine beträchtliche lebendige Kraft erteilt werden kann, so kann man bei geschickter Verwendung auch kleine Kräfte zur Überwindung großer Widerstände benutzen, wie dies z. B. beim Widder der Alten, beim Rammklotz u. dergl. geschieht.

Wie in der untenstehenden Anmerkung gezeigt ist, ist bei dem freien Fall aus der Ruhe die lebendige Kraft eines Körpers gleich der von der Schwere geleisteten Arbeit.

---

*) Fällt ein Körper senkrecht um die Strecke s, so ist die von der Schwere geleistete Arbeit gleich Gs oder (nach § 13, Anmerk.) gleich Mgs, und die dem Körper dadurch erteilte Geschwindigkeit v nach den Gesetzen über den freien Fall gleich gt (t ist die Zahl der Sekunden), während die durchmessene Wegstrecke $s = \frac{g}{2} t^2$ ist. Demnach ist $t = \frac{v}{g}$; also $t^2 = \frac{v^2}{g^2}$ und $s = \frac{v^2}{2g}$. Daher ist $Mgs = \frac{Mv^2}{2}$.

Diese beiden Größen, die geleistete Arbeit Mgs oder ks und die erlangte lebendige Kraft $\frac{Mv^2}{2}$ sind thatsächlich gleichwertig, d. h. jede von beiden vermag die andere hervorzubringen, wie das Pendel, der elastische Ball u. dergl. Beispiele zeigen.

Hatte der Körper schon vorher eine gewisse Geschwindigkeit, so ist die Zunahme der lebendigen Kraft gleich der von der Schwere geleisteten, also vom Körper empfangenen Arbeit, oder bei einer Bewegung aufwärts die Abnahme der lebendigen Kraft gleich der von der Schwere erlittenen, also vom Körper (seiner lebendigen Kraft) geleisteten Arbeit.

Die Richtigkeit dieses Gesetzes läßt sich auch für den Fall der Körper auf beliebigen Bahnen nachweisen, und nicht nur für die Schwere, sondern auch für jede beliebige (auch nicht konstante) Kraft.

Das Gesetz: „Die Zunahme der lebendigen Kraft eines Körpers ist gleich der von ihm empfangenen Arbeit, und ihre Abnahme gleich der von ihm geleisteten Arbeit" gilt daher (selbstverständlich immer abgesehen von der Reibung) ganz allgemein.

§ 98. Wie wir im Vorhergehenden gesehen haben, hat sowohl ein in Bewegung befindlicher Körper, als auch ein gehobener Körper die Fähigkeit, Arbeit zu leisten. In beiden Fällen hat er also, wie man sagt, eine bestimmte Arbeitsfähigkeit, oder einen bestimmten Arbeitsinhalt. Derselbe kann entweder nur in lebendiger Kraft bestehen (aktueller Arbeitsinhalt) oder in einer Erhebung (potenzieller Arbeitsinhalt, Spannkraft) oder in beiden zugleich.

Bewegt sich ein Körper unter dem Einflusse einer einzigen Kraft, z. B. der Schwere (also ohne selbst eine andere Arbeit zu leisten), so wächst sein aktueller Arbeitsinhalt in demselben Maße, wie sein potenzieller Arbeitsinhalt abnimmt, und umgekehrt, sein gesammter Arbeitsinhalt aber bleibt immer derselbe.

Leistet dagegen der Körper irgend eine andere Arbeit, so nimmt sein Arbeitsinhalt um genau dieselbe Größe ab, welche er an Arbeit geleistet (und dadurch auf den andern Körper übertragen) hat.

Dieses Gesetz bezeichnet man als dasjenige von der Erhaltung der Arbeit.

Ein sich bewegender Körper kann nun allerdings seine Geschwindigkeit und damit seine lebendige Kraft, also auch seinen aktuellen Arbeitsinhalt, wegen der unvermeidlichen Bewegungshindernisse, der Reibung an der Luft, dem Boden u. s. w., nicht lange beibehalten; potenzieller Arbeitsinhalt dagegen kann unvermindert*) beliebig lange aufbewahrt und durch allmähliche Summierung aufgespeichert werden.

Ein Körper vom Gewicht G, den man auf eine Höhe s gehoben hat, ist dadurch zu einem „Arbeitsmagazin" geworden, das zu irgend einer beliebigen Zeit die Arbeit Gs zu leisten vermag.

Ebenso sind gespannte Federn, komprimierte Luft und dergleichen (ja explosive Stoffe, z. B. Pulver) als Arbeitsmagazine anzusehen, die eine bestimmte, von ihnen früher erlittene oder empfangene Arbeit (mechanische oder chemische Arbeit) zu beliebiger Zeit selbst wieder zu leisten vermögen.

§ 99. a. Die lebendige Kraft eines rotierenden Körpers ist gleich dem halben Produkte aus seinem Trägheitsmomente T und dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit φ (vgl. § 55 am Ende), also gleich $\frac{T\varphi^2}{2}$.

*) Hemmende Reibung tritt nur bei der Bewegung eines Körpers auf, es kann diese also niemals den potenziellen Arbeitsinhalt vermindern, dagegen vermindert sie immer den aktuellen Arbeitsinhalt.

b. Wirkt ein Kräftepaar vom Momente ke auf einen Körper und dreht ihn um den Winkel ρ, so ist die geleistete Arbeit gleich $ke.\rho$.

c. Auch bei der Rotation ist die lebendige Kraft oder die Zunahme der lebendigen Kraft gleich der geleisteten Arbeit, und vermag jene Arbeit wieder zu leisten (das bekannte Spielzeug Jou-jou).

Dreht sich ein Körper nur unter dem Einflusse der Schwere, also ohne Einwirkung einer andern Kraft, so läßt sich die von der Schwere geleistete Arbeit leicht bestimmen, und diese muß gleich dem Arbeitsinhalte sein, der sich bei fortschreitender und zugleich drehender Bewegung aus den lebendigen Kräften der fortschreitenden Bewegung und der Drehung zusammensetzt.

Rollt z. B. eine Walze oder Kugel vom Gewichte G (also der Masse $M = \frac{G}{g}$, vgl. § 13. Anmerk.) und dem Trägheitsmomente T auf einer schiefen Ebene hinab, so daß sich ihr Schwerpunkt nachher um h Meter tiefer befindet als vorher, so ist die von der Schwere geleistete Arbeit gleich Gh. Um diesen Betrag hat also der potenzielle Arbeitsinhalt abgenommen. Dafür hat aber der Körper an lebendiger Kraft, also aktuellem Arbeitsinhalte, den Betrag $\frac{Mv^2}{2} + \frac{T\varphi^2}{2}$ gewonnen. Dieser würde bei Vermeidung aller Reibung gleich Gh sein, und daher auch imstande sein, den Körper um h Meter wieder zu heben.

Wie hierbei die Bahn beschaffen, auf welcher der Körper sich bewegt, und wodurch diese den Körper zwingt, sich auf ihr zu bewegen, ist dabei gleichgültig.

Ob also etwa eine Kugel in gebogener Rinne rollt, oder an Fäden schwingt, oder durch Anwendung besonderer Kräfte, etwa auch unserer Muskelkraft, auf einer bestimmten Bahn geführt wird, ist für das obige Gesetz von keinem Belang, und alle nur zur Erhaltung des Körpers (Schwerpunktes) in seiner Bahn verwandten Kräfte könnten, wenn man die Sache nur physikalisch betrachtet, ebensogut durch Riemen, Leisten oder dergl. ersetzt sein.

Übungen des Turnplatzes.

§ 100. Sehen wir uns also im Lichte dieser Gesetze die Übungen des Schaukelns und Schwingens, Kippens und Stemmens, der Wellen und Überschläge, Sprünge und Schwünge noch einmal an!

Unter der alleinigen Einwirkung der Schwere, sagten wir oben, bleibt der gesammte Arbeitsinhalt immer derselbe, der potenzielle kann in aktuellen (lebendige Kraft) umgewandelt werden, und dieser wieder den potenziellen erzeugen, d. h. den Körper wieder zur vorigen Höhe erheben.

Das Pendel erläuterte uns diese Thatsache. Der Turner an den Schaukelringen bildet ein Pendel. Die Festigkeit der Taue, Haken, Balken u. s. w. weisen ihm seine Bahn an, leisten dabei aber keine „Arbeit“, da sie nur verhindern, daß Schwere und Trägheit eine Arbeit leisten, d. h. daß der Körper dem Zuge der Schwere und Zentrifugalkraft folge.

Wenn die Taue der Schaukelringe nicht an den Haken befestigt, sondern etwa über Rollen geführt werden, und wir sie an ihrem freien Ende erfassen, so leisten wir keine Arbeit, wenn wir durch unsere Kraft nur die Verlängerung der Seile verhindern. Wir leisten aber Arbeit, sobald wir Schwere und Zentrifugalkraft überwinden, den schaukelnden

Körper also hinaufziehen, erleiden dagegen eine Arbeit, wenn wir dem Zuge jener Kräfte nachgeben.

Hängen wir an den Schaukelringen nicht im Streckhange, sondern etwa in der Wage, so ergiebt alle auf die Fixierung dieser Körperhaltung verwandte Kraft keine Arbeitsleistung (mit dieser Kraft würde ein tragender Riemen physikalisch völlig gleichwertig sein); sobald wir aber den Körper wirklich heben (also die Schwere überwinden), so leisten wir Arbeit; sobald derselbe sinkt, erleiden wir Arbeit, welche die Schwere leistet.

§ 101. Im § 67 haben wir gehört, daß eine Annäherung des Schwerpunktes an die Drehaxe den Schaukelschwung verstärkt, eine Entfernung denselben vermindert.

Beim Schaukeln ist eine Schwerpunktsannäherung mit einer Schwerpunktshebung identisch, diese aber enthält einen Zuwachs an Arbeitsinhalt, der sich sofort durch Verstärkung des Schaukelschwunges zu erkennen giebt.

Dieses erkennt man sehr deutlich bei den beiden im § 67 beschriebenen Übungen an den Schaukelringen. Hebt man beim Schaukeln im Abhange mit gebeugten Hüftgelenken, durch Streckung den Schwerpunkt jedesmal während des Aufwärtsschwingens, so fügt man dem aktuellen Arbeitsinhalte einen potenziellen hinzu, der zu größerer Erhebung führt, und nachher, da man nun zu Beginn des Abwärtsschwingens den Schwerpunkt wieder sich senken läßt, durch den tieferen Fall dem Körper eine größere Geschwindigkeit verleiht. Dagegen kann man den Schaukelschwung hemmen, wenn man einen Schwung im Beugehange beginnt und während des Schaukelschwunges der Schwere nachgebend den Körper zum Streckhange sinken läßt; desgleichen, wenn man die vorher beschriebene Übung im Abhange mit Beugen und Strecken im Hüftgelenke im entgegengesetzten Takte ausführt.

§ 102. Bei allen Umschwüngen, so haben wir in den §§ 63—67 gesehen, z. B. bei den Felg-, Well-, Sitzwellumschwüngen u. dergl., wird durch einen Vorschwung (das Schwungholen, Ausholen, Anheben) der Schwerpunkt seitwärts über die Unterstützungslinie verlegt und dann der Wirkung der Schwere überlassen.

Diese erteilt bei der Abwärtsbewegung des Schwerpunktes demselben eine mit der Höhe (oder Tiefe) des Fallens zunehmende Geschwindigkeit und dem Körper eine Drehung; mithin durch beides lebendige Kraft, welche den Körper auf der andern Seite wieder zu der ursprünglichen Höhe zu heben vermöchte, wenn sie keine weitere Arbeit zu leisten hätte. Es ist aber eine Arbeit zu leisten, denn es ist während des ganzen Umschwunges die Reibung zu überwinden, so daß durch die Wirkung der Schwere allein der Schwerpunkt nicht wieder zu der alten Höhe α (**Fig. 35**), sondern nur etwa bis γ gehoben werden kann. (Vgl. die Anmerkung zu Fig. 35.)

Soll also der Körper wieder zum Stütz oder Sitz hinaufgelangen, dann muß entweder die Lage des Schwerpunktes nach dem Schwunge eine tiefere sein dürfen, als am Anfange (deshalb seine Erhebung beim Schwungholen), oder aber es muß während des Schwunges eine neue Kraft zur Überwindung der Reibung helfend hinzukommen.

Meistens findet sogar beides statt; nach jedem Umschwunge tritt eine neue Schwerpunktshebung ein (Gewinn an potenziellem Arbeitsinhalte), und die lebendige Kraft erhält durch Teilschwung oder Annäherung des Schwerpunktes an die Stange, d. h. durch relative Beschleunigung beim Vorwärtsziehen desselben auf seiner Bahn, einen Zuwachs (Gewinn an aktuellem Arbeitsinhalt).

§ 103. Daß auch hierbei, wie bei den Übungen an den Schaukelringen, unsere Kraft noch keine „Arbeit" geleistet hat, wenn sie nur die durch Schwere und Zentrifugalkraft erstrebte Entfernung des Schwerpunktes von der Stange verhindert, versteht sich von selbst.

Nur bei Überwindung dieser Kräfte wird Arbeit geleistet, womit (ebenso wie an den Schaukelringen) zugleich ein Vorwärtsziehen des Schwerpunktes auf seiner Bahn verbunden ist; bei einem Nachgeben unserer Kraft wird vom Arbeitsinhalte etwas verbraucht und der Schwung gemindert. Werden bei der Sitzwelle, wie man dies bei Anfängern fast immer sieht, die Arme anfangs gebeugt, im tiefsten Punkte der Bahn aber gestreckt, so ist der Schwung fast ganz verloren.

Die von der Schwere geleistete Arbeit wird dann nicht zur Erzeugung von lebendiger Kraft, also zur Erteilung eines kräftigen Schwunges benutzt, sondern zur Überwindung der Kraft, mit welcher der Turner die Arme in halbgebeugter Haltung festzuhalten sich bemüht. Verhielten sich nun unsere Arme etwa wie ein gut elastisches Gummiband, so könnte die durch jene Arbeitsleistung wachgerufene elastische Spannkraft den Körper zur alten Höhe hinaufschnellen; eine solche elastische Kraft fehlt aber unsern Gliedern, daher erteilt bei jener ungeschickten Übung die Abwärtsbewegung keinen Schwung.

§ 104. Beim Sturmspringen hilft uns, wie jeder weiß, zu hohem Sprunge ein tüchtiger Anlauf.

Wie aber kann ein Anlauf auf wagerechter Bahn die Höhe des Sprunges beeinflussen? Gerade so, wie an den Schaukelringen der aktuelle Arbeitsinhalt (lebendige Kraft) sich in potenziellen (Schwerpunktshebung) verwandelte. Würde jemand in vollem Laufe plötzlich ein Paar senkrecht hängender Schaukelringe ergreifen, so würde er an diesen zu einer Höhe aufwärtsschwingen, die nur von der Laufgeschwindigkeit beim Ergreifen der Ringe abhängig ist, denn ob diese Geschwindigkeit durch ein vorhergehendes Abwärtsschwingen (also durch die Schwere) erzeugt ist, oder durch einen Anlauf, ist für ihren weiteren Erfolg natürlich gleichgültig. Würde doch auch eine Kugel auf einem geneigten Brette um so höher hinauflaufen, je größer die Geschwindigkeit ist, die man ihr vorher auf wagerechter Bahn erteilte.

Hier bedingt, wie dort die Taue der Schaukelringe, das geneigte Brett die Bahn.

Natürlich übernimmt beim Sturmspringen auch die Stemm- und Sprungkraft der Beine, die nicht nur senkrecht gegen das Brett, sondern auch vorwärtstreibend wirken (besonders beim letzten Absprunge) einen großen Teil der Arbeitsleistung; derselbe darf aber um so geringer sein, oder kann bei gleicher Größe um so besseren Erfolg haben, je größer die lebendige Kraft ist, die ihm infolge des Anlaufes zu Hülfe kommt.

Bei einem Überschlage mit Anlauf am Bocke, Pferde oder Sprungtische ist ebenfalls ein kräftiger Anlauf eine nicht unwesentliche Hülfe.

Auch hier wird, ähnlich wie bei den vorigen Übungen, der Schwerpunkt auf ansteigender Bahn sich zu bewegen gezwungen und zwar durch die stützenden Arme.

Reicht dabei die lebendige Kraft des Anlaufes und Absprunges zu der beim Überschlage mit gestreckten Armen nötigen starken Hebung des Schwerpunktes nicht aus, so genügt sie vielleicht zu der mäßigeren Hebung beim Überschlage mit gebeugten Armen.

Die Arme wirken zwar beim Heben mit, was bei kräftigen Turnern deutlich sichtbar werden kann, haben aber hauptsächlich die Aufgabe, dem Schwerpunkte seine Bahn anzuweisen.

Bei zu mattem Anlaufe oder Absprunge erreicht der Schwerpunkt die zum Überschlagen nötige Höhe nicht, und der Körper fällt auf das Springbrett zurück, wie auch oft ein schlechter Turner bei zu mattem Anlaufe die obere Kante des steileren Sturmlaufbrettes nicht erreicht.

§ 105. Bei einem Hechtsprunge soll der Turner hinter*) dem Geräte, aber vor dem Auffangenden zum Stande gelangen. Der Springer sowohl wie der Auffangende müssen also dafür sorgen, daß kein Überschlagen des Körpers stattfindet, ersterer durch Armstreckung, letzterer am besten dadurch, daß er sich nach Bedarf (1 — 3 Schritte) zurückschieben läßt, damit die lebendige Kraft des Springers durch diese Arbeitsleistung gemindert wird.

Soll dagegen, was allerdings seltener geübt wird, (nach dem Hechtsprunge noch) ein Überschlag über den Auffangenden ausgeführt werden, so darf dieser nicht nachgeben, muß sogar womöglich mit den Schultern noch etwas vorwärts drängen, um Arbeit zu leisten, die dem Springer zu gute kommt, der seinerseits nun noch die Arme nach Bedarf beugt.

Will man hierbei nicht die absolute Geschwindigkeit des Springers (d. h. hier diejenige gegen den Erdboden) ins Auge fassen, sondern die relative, d. h. diejenige gegen den auffangenden Genossen, so ist klar, daß bei dessen Zurückweichen letztere geringer, bei seinem Vorwärtsdrängen größer wird, was ja mit einer Verminderung, bez. Vermehrung der lebendigen Kraft gleichbedeutend ist.

Ist es unsere Absicht, bei einem Sprunge den Körper nicht über das Gerät hinweggelangen zu lassen, sondern auf das Brett zurück, wie bei der Doppelkehre und ähnlichen Übungen; so muß die vorwärts treibende lebendige Kraft des (kurzen!) Anlaufes so gering sein, daß sie den Schwerpunkt nicht bis zur vollen Höhe senkrecht über die stützenden Hände zu heben vermag. Nur dann gelangen wir auf die Anlaufseite des Gerätes zurück.

Soll dagegen der Körper auf die andere Seite hinüber, so muß, auch bei Sprüngen aus dem ruhigen Stande (Hocke, Wende u. dgl. am Reck oder Pferde) außer dem Sprunge aufwärts auch genügender Schwung vorwärts erteilt werden.

Die Streckung der stützenden Beine oder Arme und die damit (meistens) verbundene Hebung der Schwerpunktsbahn bietet also nach einem Sprunge oder Schwunge ein einfaches und tausendfältig beim Turnen angewandtes Mittel zur Regulierung und Dämpfung des Schwunges. Durch passende Beinstreckung gelangt nach einem Weitsprunge der Körper über den Füßen zur Ruhe, nach einem Umschwunge geschieht die Hemmung des Schwunges (wenn solche noch nötig) durch Streckung der Arme, die Regulierung des Schwunges zum Handstehen leicht durch schwaches Beugen und Strecken der Arme.

Erhaltung der Energie.

§ 106. In den §§ 97 und 98 haben wir das Gesetz von der Erhaltung des Arbeitsinhaltes kennen gelernt, nach welchem ein jeder Körper, wenn er keine Arbeit leistet (nicht Widerstände, Reibung rc. überwindet), immer seinen vollen Arbeitsinhalt behält. Dieses Gesetz scheint in einzelnen Fällen Ausnahmen zu erleiden, denen wir noch einige kurze Betrachtungen widmen wollen. Ein Stein, der von einem überhängenden

*) Über die Begriffe „vor" und „hinter" bei den Geräten ist wohl der Streit noch nicht entschieden, man darf also wohl noch seine eigene Meinung beibehalten.

Felsen hinab auf anderes Gestein fällt, besitzt zweifellos während des Fallens eine beträchtliche lebendige Kraft, nach seinem Aufschlagen aber liegt er, dieser Kraft und seines früheren Arbeitsinhaltes beraubt, träge da. Das Wasser, welches im Wasserfall brausend in die Tiefe stürzt, fließt unten im Thale ruhig dahin und von seiner großen lebendigen Kraft während des Falles ist nachher nichts mehr zu spüren. Wodurch haben diese Körper ihren Arbeitsinhalt eingebüßt? Haben sie Arbeit geleistet? Scheinbar nein, in Wahrheit aber dennoch.

Die Arbeit, welche der fallende Stein sowohl wie das Wasser verrichteten, ist eine Erwärmung der aufschlagenden wie der getroffenen Masse, wie ja auch bei der Reibung z. B. eines rollenden Eisenbahnwagens an den Axen, Rädern und Schienen die lebendige Kraft nicht ohne einen Ersatz verzehrt wird, sondern sich in Wärme verwandelt.

Auch die Wärme ist eine Bewegungserscheinung, zwar nicht der gesammten Masse in einer bestimmten Richtung, sondern der kleinsten Teilchen (Moleküle) des Körpers, welche dabei um bestimmte Ruhelagen schwingen, und zwar um so lebhafter, je höher die Temperatur ist.

Eine Temperaturerhöhung ist also eine Vergrößerung der inneren lebendigen Kraft.

Es ist also in jenen Fällen die lebendige Kraft der Massen in lebendige Kraft ihrer kleinsten Teile umgewandelt, und genaue Versuche haben gelehrt, daß durch den Verbrauch einer gewissen Menge von lebendiger Kraft der Massenbewegung immer und unter allen Bedingungen dasselbe ganz bestimmte Quantum von Wärme erzeugt wird, deren lebendige Kraft offenbar jener verbrauchten gleichgesetzt werden kann.

Ebenso zeigt sich aber auch, und das erscheint nicht minder bemerkenswert, daß durch den Verbrauch eben desselben Quantums Wärme wieder jenes erste Quantum von lebendiger Kraft der Massenbewegung oder eine ihm gleiche (äquivalente) Arbeitsleistung gewonnen werden kann, z. B. durch eine Dampfmaschine.

Man spricht daher von einem „mechanischen Wärmeäquivalent“, das ist: einer Wärmemenge, welche einer gewissen Menge mechanischer Arbeit gleichwertig ist, so daß jede durch die andere ersetzt werden kann.

Breitet sich die Wärme weiter aus (man sagt dann, der Körper kühle sich ab), so ist damit ihre lebendige Kraft nicht verloren, sondern nur auf größeren Raum (die Erde, Luft 2c.) verteilt und dadurch allerdings oft sowohl unserer Wahrnehmung als auch der Wiederbenutzung entzogen.

Durch eine gewisse Menge Wärme läßt sich eine bestimmte Menge von Elektrizität, elektrischem Strom, hervorrufen und durch ein jener Wärmemenge äquivalentes Quantum von mechanischer Arbeit eine genau ebensogroße Elektrizitätsmenge oder ein ebenso starker elektrischer Strom. Umgekehrt läßt sich auch durch dieselbe Elektrizitätsmenge sowohl wieder jene Wärme, als auch eine ihr äquivalente mechanische Arbeit erzeugen. Ebenso ist es auch mit den chemischen Kräften, dem Licht u. s. w. Es lassen sich äquivalente Mengen von Massenbewegung, Wärme, Licht, Elektrizität, chemischer Arbeit u. s. w. angeben, deren jede unter günstigen Bedingungen in eine der andern sich umwandeln kann.

Natürlich ist bei der Anstellung solcher Versuche immer auf die unvermeidlichen, aber oft bestimmbaren Verluste an Wärme (durch Ausbreitung derselben) Rücksicht zu nehmen.

Bei diesen Arten der Bewegung kleinster Teilchen der Materie oder des Äthers, also bei der Wärme, Elektrizität, Licht u. s. w., ist der Ausdruck „lebendige Kraft“ weniger in Gebrauch, als vielmehr der Ausdruck

Energie; und mit Berücksichtigung aller dieser molekularen Kräfte findet man als ein ganz allgemein gültiges, in der gesammten Natur ausnahmslos bestätigtes Gesetz das Gesetz von der Erhaltung der lebendigen Kraft, oder besser von der Erhaltung der Energie.

Das heißt also: In der ganzen Welt geht nirgends und niemals irgend eine Kraft, Bewegung, Wärme, Licht u. s. w. verloren, ohne daß dafür eine oder mehrere andere dieser Kräfte, und zwar in äquivalenter (d. i. gleichwertiger) Menge gewonnen würden. Ebenso kann aber auch niemals irgend eine Kraft gewonnen werden, ohne daß dafür eine andere entsprechend große Kraft verloren geht.

Kraft und Bewegung kann also weder aus nichts gewonnen werden, noch zu nichts verschwinden, und in der gesammten Welt besteht immer und hat immer bestanden derselbe Vorrat von Energie und lebendiger Kraft.

Das Wasser, welches unsere Mühlen treibt, wird aus dem Meere zur Wolkenhöhe emporgehoben durch ein Quantum Sonnenwärme, welches genau der Arbeitsgröße entspricht, die das Wasser auf seinem Wege thalabwärts zu leisten vermag.

Die Arbeitskraft einer Dampfmaschine (Dampfspannung) wird durch Wärme gewonnen, diese durch die chemische Verwandtschaft der Kohlen zum Sauerstoff, und die Kohlen haben diese Verwandtschaft in früheren Zeiten bei ihrem Wachsen und der Holzbildung durch Verbrauch von Sonnenwärme erlangt.

Von diesem allgemeinen Gesetze der Erhaltung der Energie machen auch die durch lebende Wesen erzeugten Bewegungen keine Ausnahme, obwohl es so scheinen könnte, als entständen sie ohne den entsprechenden Verbrauch einer andern Kraft. Die Kraft, mit welcher unsere Muskeln unsern, oder einen fremden Körper bewegen, wird auf Kosten von Wärme (vielleicht auch chemischer Arbeit) gewonnen, die allerdings bald durch eine sekundäre Reaktion des Körpers (beschleunigte Atmung) im Überschuß wieder gewonnen wird.

Jene Wärme ist die Folge chemischer Kräfte, und letztere sind in früherer Zeit in der (besonders pflanzlichen) Nahrung durch Sonnenwärme erzeugt.

Die geneigten Leser wollen es dem Verfasser verzeihen, daß er zuletzt ihre Zeit noch zu einem kurzen Ausfluge nach dem höchsten, das ganze Gebiet der Physik beherrschenden Aussichtspunkte in Anspruch genommen hat, dessen Besuch dem Titelblatte nach allerdings wohl kaum zu erwarten war. Der Verfasser glaubte aber durch diesen letzten Ausblick am besten etwaige Zweifel zerstreuen zu können, die beim Lesen des Anhanges in manchem Leser aufgestiegen sein mögen, und glaubte ferner, es ihnen allen schuldig zu sein, da sie in der Nähe dieses höchst interessanten Punktes waren, ihnen grade den Ausblick nicht vorzuenthalten, dessen Erweiterung (und Nutzbarmachung) die Mehrzahl der neueren physikalischen Arbeiten erstrebt.

Im Verlage von **Rud. Lion (G. A. Grau & Cie.) in Hof**
erschienen ferner:

Abriß, kurzer, **der Geschichte des Turnvereins zu Hof.** Zur Feier seines 25jährigen Bestehens 1861—1885. gr. 8⁰. (39 S.) 1886. *50 ₰.

Angerstein, Wilh., Dr., **Zur Wehr-Gymnastik.** Siehe Beiträge zur Geschichte des Turnens.

Beiträge zur Geschichte und zur Lehre des deutschen Turnens:

Heft I: Albert Gutzmann, **Das Turnen der Taubstummen.** (Amtlich empfohlen vom Königl. Preußischen Unterrichts-Minister.) 2. Aufl. gr. 8⁰. (27 S.) 1880. (Preis 80 ₰.) Herabgesetzter Preis *40 ₰.

Heft II: Dr. Wilh. Angerstein, **Zur Wehr-Gymnastik und militärischen Jugend-Erziehung.** gr. 8⁰. (37 S.) 1880. (Preis 80 ₰.) Herabgesetzter Preis *40 ₰.

Heft III: Friedr. Schubring, **Geschichte des Berliner Turnlehrer-Vereins 1856—1881.** 2. Aufl. gr. 8⁰. (79 S.) 1881. (Preis ℳ 1.30) Herabgesetzter Preis *40 ₰.

Heft IV: Dr. Hans Brendicke, **Allgemeine Turnkunde.** Ein Überblick über das gesamte Wissensgebiet des Turnens. gr. 8. (36 S.) 1883. (Preis ℳ 1.—) Herabgesetzter Preis *60 ₰.

Herabgesetzter Preis der 4 Hefte zusammengenommen *1 ℳ 20 ₰.

Bericht über den sechsten oberfränkischen Kreis-Feuerwehrtag in Pegnitz am 26. August 1882. 8⁰. (56 S.) 1882. *60 ₰.

Berndt, Johs., **Feuerversicherung und Feuerwehr.** Ein Mahnwort an die deutschen Gemeinden. 2. Aufl. gr. 8⁰. (43 S.) 1879. (Preis 80 ₰.) Herabgesetzter Preis *40 ₰.

— **Die Feuerwehr in Baltimore.** Eine Skizze aus dem Kultur- und Städteleben der Union. gr. 8⁰. (24 S.) 1878. (Preis 80 ₰.) Herabgesetzter Preis *40 ₰.

Blätter für die Angelegenheiten des bayerischen Turnerbundes. Organ für das gesamte bayerische Turnwesen. 11.—25. Jahrgang. 1873—1887.

Brendicke, Hans, Dr., **Zur Geschichte der Schwimmkunst und des Badewesens.** gr. 8⁰. (48 S.) 1885. *1 ℳ

— **Allgemeine Turnkunde** s. Beiträge zur Geschichte des Turnens.

Bundes-Turnfest, das 6. bayerische, verbunden mit dem 13. bayerischen Turntage in Bamberg vom 26. bis 29. August 1882. Sonderabdruck aus: „Blätter für die Angelegenheiten des bayerischen Turnerbundes." gr. 8⁰. (109 S.) 1883. *1 ℳ

Dorn, Jos., Oberturnlehrer, **Die Turnhalle des 3. Schulhauses in Hof.** Nebst Skizzen über die Entwickelung des Turnens der Volksschulen daselbst. Mit 1 lith. Ansicht und 4 Steindruck-Tafeln. gr. 8⁰. (24 S.) 1877. *60 ₰.

— **Die schwedische Gymnastik.** Ein Referat, erstattet der 4. Hauptversammlung des bayerischen Turnlehrervereins nach Lings „Allgemeine Begründung der Gymnastik" und Rothsteins „Die Gymnastik nach dem System des schwedischen Gymnasiarchen P. H. Ling." gr. 8⁰. (16 S.) 1881. *50 ₰.

Ehren-Diplom für bayerische Feuerwehren. Farbendruck. Folio. *3 ℳ
In Partieen billiger.

Erinnerungen eines alten Mannes aus der Zeit der Wiedererweckung der deutschen Turnkunst 1817—1818. Herausgeg. zur 100jährigen Gedenkfeier des Geburtstages von Friedr. Ludw. Jahn am 11. August 1878. Mit dem Bildnis Jahns (Holzschn.-Taf.). gr. 8⁰. (34 S.) (Von F. Clöter.) 1878. 75 ₰.
Dasselbe geheftet mit Goldschnitt 90 ₰.

Fischer, Joh. Nep., **Auszug aus GutsMuths' Gymnastik für die Jugend** vom Jahre 1793, verfaßt im Jahre 1799. Neu herausgeg. von Karl Waßmannsdorff. gr. 8⁰. (XVI, 53 S.) 1872. *50 ₰.

Georgii, Th., **Aufsätze und Gedichte.** Eine Sammlung, eingeleitet von J. C. Lion. Zur 25jährigen Jubelfeier der deutschen Turnerschaft herausgegeben. Mit einem Bildnis des Verfassers. gr. 8⁰. (XXIV, 338 S.) 1885. *2 ℳ 50 ₰.

Goetz, Ferd., Dr. med., **Handbuch der deutschen Turnerschaft.** Im Auftrage des Ausschusses derselben herausgegeben. Zweite Ausgabe. 8⁰. (166 S.) 1884. *60 ₰.

— **Aufsätze und Gedichte.** Eine Sammlung, eingeleitet von Rud. Lion. Zur 25jährigen Jubelfeier der deutschen Turnerschaft herausgegeben. Mit einem Bildnis des Verfassers. gr. 8⁰. (XVI, 164 S.) 1885. *1 ℳ 50 ₰.

— **Tagebuch für Turnvereine** zum Eintragen des Turnbesuchs für 800 Übungsabende. geb. *3 ℳ

— W. Hufeland und A. Hermann, **Bahn frei!** Deutscher Turnerhumor. 2. vermehrte Auflage. 16⁰. (IX, 106 S.) 1877. *60 ₰.
von 12 Exempl. an à *50 ₰.

GutsMuths, J. C. F., **Theoretisch-praktische Anweisung zur Ausbildung unseres Körpers** durch Leibesübungen oder Lehrbuch der gymnastischen Künste. Für Eltern und Erzieher jedes Standes mit besonderer Rücksicht auf die Selbst- und Privaterziehung junger Leute beiderlei Geschlechts treu und auszugsweise nach J. C. F. GutsMuths' Gymnastik für die Jugend bearbeitet. Neue Ausgabe. 8⁰. (2 ℳ 10 ₰.)
Herabgesetzter Preis *1 ℳ 20 ₰.

— **Kurzer Abriß der deutschen Gymnastik.** (Auch u. d. Titel: Katechismus der Turnkunst.) 8⁰. 1818. (1 ℳ 50 ₰.)
Herabgesetzter Preis *80 ₰.

— **Spiele zur Übung und Erholung des Körpers und Geistes** für die Jugend, ihre Erzieher und alle Freunde unschuldiger Jugendfreuden. Mit den Erweiterungen der vierten Auflage von F. W. Klumpp, weil. Oberstudienrats zu Stuttgart unter Mitwirkung von Dr. J. C. Lion zu Leipzig überarb., sehr vervollständigt und neu herausgegeben in 7. Auflage von O. Schettler, Seminar-Oberlehrer zu Auerbach i. V. Mit zahlreichen in den Text gedr. Holzschnitten und 1 Titelkupfer. gr. 8⁰. (XVI, 552 S.) 1884. *6 ℳ
eleg. geb. *7 ℳ 50 ₰.

— **Turnbuch für die Söhne des Vaterlandes.** Mit 4 Kupfertafeln. gr. 8⁰. 1817. (4 ℳ 50 ₰.)
Herabgesetzter Preis *1 ℳ 60 ₰.

— **Unterhaltungen und Spiele der Familien zu Tannenberg.** Ein Taschenbuch für die Jugend. Mit 19 Kupfern. Nach der zweiten Ausgabe neu aufgelegt. 1885.
geh. *1 ℳ 60 ₰., eleg. geb. *2 ℳ

Gutzmann, Albert, **Das Turnen der Taubstummen,** s. Beiträge zur Geschichte des Turnens.

Jahn's, Frdr. Ludw., **Werke.** Neu herausgegeben, mit einer Einleitung und mit erklärenden Anmerkungen versehen von Prof. Dr. Carl Euler. I. Band gr. 8⁰. (LII, 514 S.) *4 ℳ 20 ₰., eleg. geb. *5 ℳ 50 ₰.

— **dieselben.** II. Band. 1. Abteilung. gr. 8⁰. (XXXII, 468 S.) *4 ℳ 20 ₰.
Eleg. geb. *5 ℳ 50 ₰.

(Die 2. Abteilung des II. Bandes [Schluß] wird Ostern 1887 ausgegeben. Die sämtlichen Werke sind auch in Lieferungen à 60 ₰. zu beziehen.)

— **Porträt im Jahre 1817.** Photographie in Cabinetformat. *1 ℳ

— **Medaillonbild.** Photographie nach einem Relief über dem Portal der städtischen Turnhalle in Hof. Cabinetformat. *1 ℳ

Jenny, W., Buch der Reigen. Eine Sammlung von Tanzreigen, Aufzügen mit Gesang, Liederreigen und Kanonreigen zum Gebrauch beim Schulturnen, mit Einleitungen und einem Anhange zur Geschichte des Reigens. Mit zahlreichen Musikbeigaben und 272 eingedruckten Holzschnitten. gr. 8⁰. (VIII, 300 S.) 1880. *6 ℳ

— Liedersammlung aus dem Buch der Reigen. Für den Schulgebrauch zusammengestellt. gr. 8⁰. (48 S.) 1880. *40 ₰.
von 25 Exemplaren an zu *25 ₰.

— Schwungseilübungen. Ein Beitrag zu einem Leitfaden für das Mädchenturnen. Zugleich eine Ergänzung zu des Verfassers „Buch der Reigen". gr. 8⁰. (IV, 52 S.) 1882. *1 ℳ

Jung, Ludw., Oberinspektor und königl. Rat, Handbuch des bayerischen Feuerlösch- und Rettungswesens. Herausgegeben im Auftrage des bayerischen Landes-Feuerwehr-Ausschusses. gr. 8⁰. (256 S.) 1884. *2 ℳ 80 ₰.

Kreis-Turnlehrer-Versammlung, die erste oberfränkische, in Hof am 29. April 1882. gr. 8⁰. (40 S.) 1882. *50 ₰.

Lang, Aug., Turntafeln. Illustrationen, frei bearbeitet nach J. C. Lion und August Ravenstein. quer gr. Fol. (122 Steintafeln mit 9 S. Text.) Chicago. 1876. *30 ℳ

— Keulenschwingen. (Vergriffen.) Siehe Wortmann.

Lion, J. C., Abriß der Entwickelungsgeschichte der neueren Turnkunst. 8⁰. (16 S.) 1880. *30 ₰.

— Festrede zur Jahn-Feier. Den Turnvereinen Leipzigs am 11. August 1878 gehalten. Mit einem Anhang: Festlied, von R. E. gr. 8⁰. (23 S.) 1878. 30 ₰.

— Zur Geschichte des Allgemeinen Turnvereins zu Leipzig. Vortrag, gehalten am 4. Juli 1885 bei der Feier des 40. Stiftungsfestes des Vereins im Krystallpalast. 8⁰. (16 S.) 1885. *30 ₰.

— Das Turnen in der Volksschule. Durchgesehener Sonderabdruck aus dem „Leitfaden für den Unterricht in der Erziehungs- und Unterrichtslehre von Dr. Schütze." 3. Auflage. gr. 8⁰. (16 S.) 1885. 30 ₰.

— Das Stoßfechten, zur Lehre und Übung in Wort und Bild dargestellt. Mit 26 Abbildungen in Holzschnitt. gr. 8⁰. (144 S.) 1882. *2 ℳ
gebunden *2 ℳ 40 ₰.

— Werkzeichnungen von Turngeräten für Turnanstalten jeder Art. 60 lith. Tafeln in Folio mit Erläuterungen. 3. Auflage. 1882. In Mappe. *10 ℳ

— Vier Probetafeln daraus (Tafel 41, 42, 57, 58.) 75 ₰.

— Acht Fächer mit Abbildungen turnerischer Übungen In Carton. *2 ℳ

Lion, J. C., & Puritz, L., Pyramiden für Turner.

Heft 1. 24 Tafeln mit 72 Pyramiden ohne Geräte von J. C. Lion. qu. 8⁰. *1 ℳ 20 ₰.

Heft 2. 24 Tafeln mit 72 Pyramiden ohne Geräte und mit Stäben von J. C. Lion. qu. 8⁰. *1 ℳ 20 ₰.

Heft 3. 24 Tafeln Leiter- und Stuhl-Pyramiden von J. C. Lion und Ludwig Puritz. Erweiterte Auflage der „16 Leiter- und Stuhl-Pyramiden". qu. 8⁰. *1 ℳ 20 ₰.

Die neuerschienenen 8 Tafeln von letzterem sind gesondert für 60 ₰. zu erhalten.

Lion, Rud., Kurzer Abriß der Geschichte des bayerischen Turnerbundes 1861—1885. Zur Feier seines 25jährigen Bestehens. 8⁰. (42 S.) 1886. *60 ₰.

— Verordnungen und amtliche Bekanntmachungen, das Turnwesen in Bayern betr. 2. Auflage. gr. 8⁰. 1884. *1 ℳ 20 ₰.



Druck von August Grimpe in Hannover.